

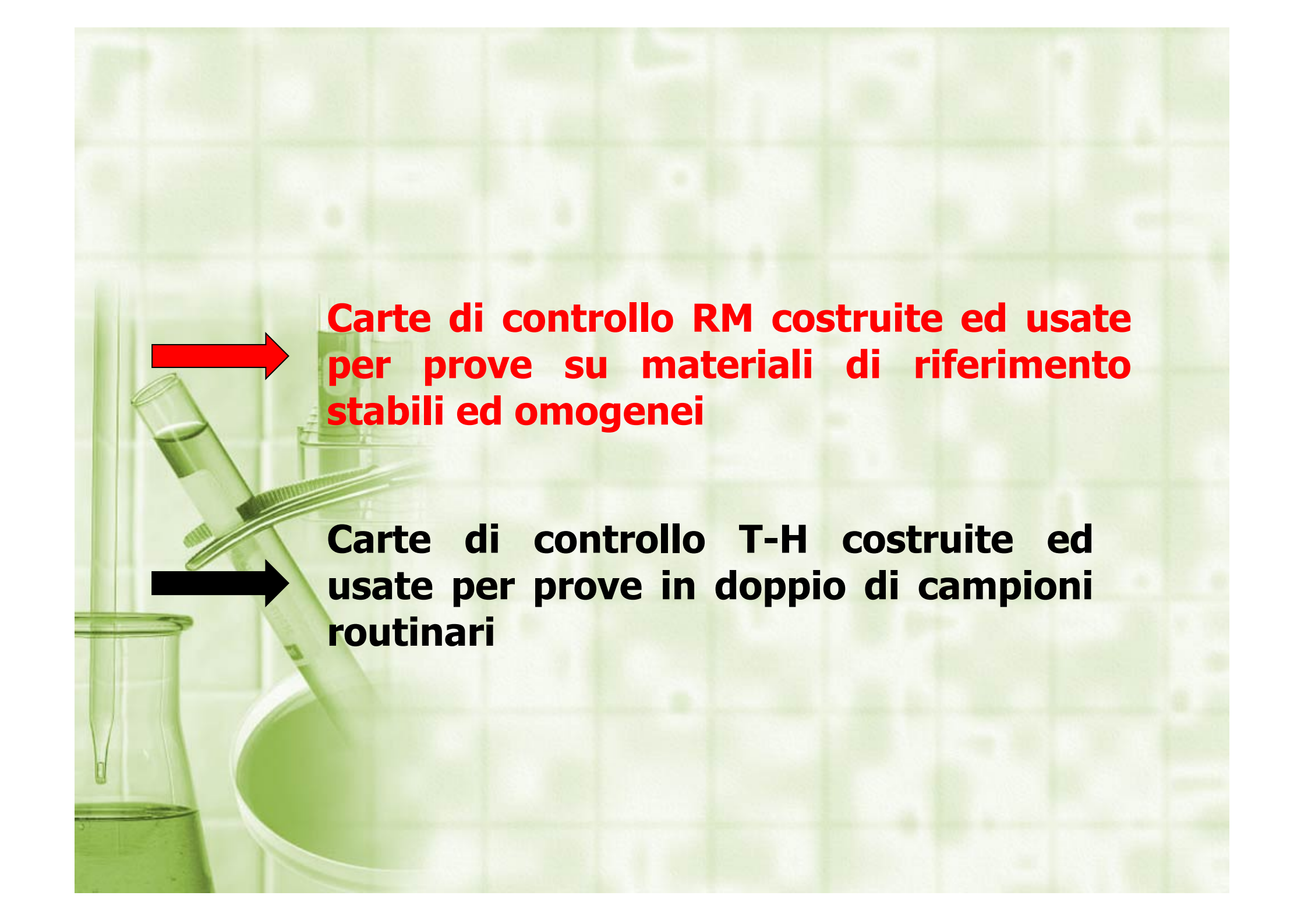
ASSICURAZIONE DELLA QUALITA' DEI RISULTATI DI PROVA

CARTE DI CONTROLLO PARTICOLARI PER VARIABILI CONTINUE

Carte J (Jaehn)

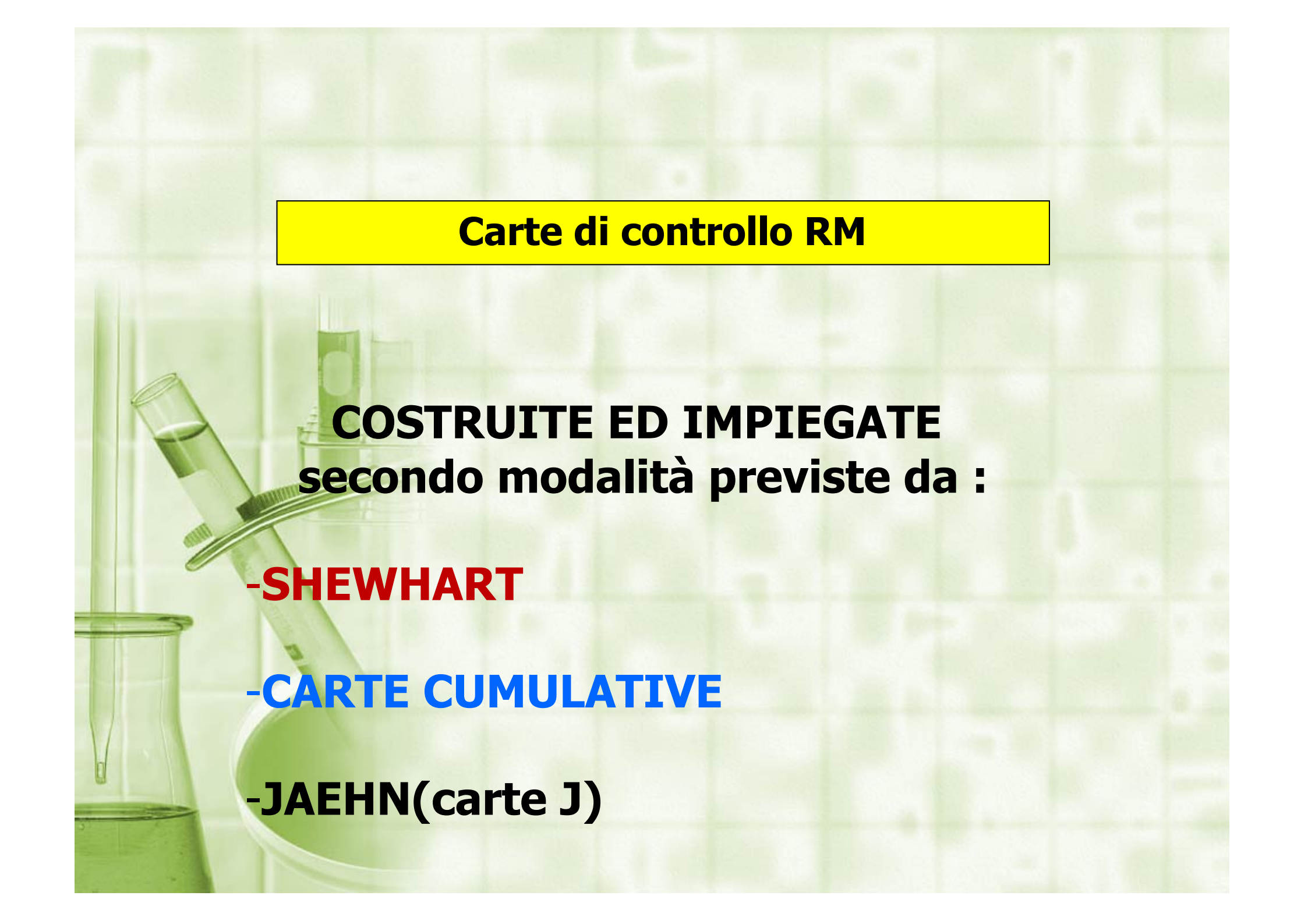
Carte T- H (Thompson-Howarth)

Dr. Piga Cesarino

A background image of a laboratory setting with various glassware, including test tubes and a beaker, some containing liquids. The image is overlaid with a light green grid pattern.

**Carte di controllo RM costruite ed usate
per prove su materiali di riferimento
stabili ed omogenei**

**Carte di controllo T-H costruite ed
usate per prove in doppio di campioni
routinari**

The background of the slide is a light green, semi-transparent image of laboratory glassware, including test tubes and a beaker, set against a grid pattern.

Carte di controllo RM

**COSTRUITE ED IMPIEGATE
secondo modalità previste da :**

-SHEWHART

-CARTE CUMULATIVE

-JAEHN(carte J)

Carte di controllo RM

Caratteristiche comuni

E' necessario disporre di :

- **un valore di riferimento** noto, μ , o ricavato, come media generale, $\bar{\bar{X}}$, dalle medie, $\bar{X}$, dei risultati di ciascun gruppo di prove preliminari
- **un indice di dispersione**, σ , delle medie dei risultati all'interno di ciascun gruppo di prove

Nota: σ è noto o si ricava da $\bar{R}$
 $\bar{R}$ media delle escursioni dei risultati ottenute all'interno di ciascun gruppo di prove.

CARTE DI CONTROLLO DI SHEWHART

Costruzione

Asse orizzontale

- numero d'ordine dei gruppi di prove

Asse verticale

- μ o $\bar{\bar{X}}$ all'intersezione con l'asse orizzontale
- $\mu + 3\sigma$, limite superiore
- $\mu - 3\sigma$, limite inferiore

I due semipiani, sopra e sotto l'asse orizzontale, divisi ciascuno in tre zone :

- zonaA, con $\mu \pm 3\sigma < A < \mu \pm 3\sigma$
- zonaB, con $\mu \pm 2\sigma < B < \mu \pm 2\sigma$
- zonaC, con $\mu \pm \sigma < C < \mu \pm \sigma$

STATISTICAL TECHNIQUES APPLIED TO THE REVIEWING OF THE RESULTS.

CARTE DI CONTROLLO DI SHEWHART

Interpretazione

Il sistema è fuori controllo se :

- **1 valore di $\bar{X}$ cade oltre la zona A**
- **2 valori di $\bar{X}$ su 3 consecutivi cadono in zona A od oltre**
- **4 valori di $\bar{X}$ su 5 consecutivi cadono in zona B od oltre**
- **9 valori di $\bar{X}$ consecutivi cadono nello stesso semipiano rispetto all'asse orizzontale della carta**
- **6 valori di $\bar{X}$ consecutivi sempre crescenti o decrescenti**

Carte di controllo cumulative

Costruzione

-Asse orizzontale

- **numero d'ordine** del gruppo di prove

-Asse verticale

- μ o $\bar{\bar{X}}$ all'intersezione con l'asse orizzontale
- **Cumulo** $\sum_{i=1}^n (\bar{X}_i - \mu \text{ o } \bar{\bar{X}})$ in corrispondenza di ciascun gruppo di prove di numero d'ordine

Interpretazione

In questo contesto, **solo qualitativa**, legata all'andamento del grafico rispetto all'asse orizzontale

Carte di controllo di Jaehn

Costruzione

-Asse orizzontale

- riportare il **numero d'ordine** dei gruppi di prove

-Asse verticale

- Fissare μ o $\bar{\bar{X}}$ all'intersezione con l'asse orizzontale
- Dividere l'asse in segmenti di lunghezza σ a partire da μ o $\bar{\bar{X}}$

-Zone

- Tracciare attraverso i punti di divisione semiretteparallele all'asse orizzontale per delimitare delle zone
- Attribuire **un peso a ciascuna zona** in funzione della sua posizione rispetto all'asse orizzontale

Carte di controllo di Jaehn

Costruzione

-Peso delle diverse zone

ZONA	INTERVALLO	PESO	COLORE PER x_i
I	$\mu \div \mu + \sigma$ $\mu \div \mu - \sigma$	+0 - 0	Bianco
II	$\mu + \sigma \div \mu + 2\sigma$ $\mu - \sigma \div \mu - 2\sigma$	+2 - 2	Verde
III	$\mu + 2\sigma \div \mu + 3\sigma$ $\mu - 2\sigma \div \mu - 3\sigma$	+4 - 4	Giallo
IV	$> \mu + 3\sigma$ $< \mu - 3\sigma$	+8 - 8	Rosso

-Collocazione dei risultati

I risultati x_i si riportano nella zona di competenza in base ai rispettivi valori

Carte di controllo di Jaehn

Costruzione

Cumulo

- $\bar{X}_1$ ha il **peso (colore) della zona** ad esso competente
- $\bar{X}_n$ ha un **peso (colore) pari alla somma** del proprio con quelli dei risultati $\bar{X}_i$ immediatamente precedenti e giacenti dalla **stessa parte** rispetto all'asse orizzontale
- Il **cumulo si azzerà** passando da una parte all'altra dell'asse orizzontale

Nota : Il cumulo con un peso 6 ha un colore giallo

Interpretazione

Un **peso pari a 8 o superiore (colore rosso)** denuncia una **situazione di fuori controllo del sistema**

Carte di controllo RM

Esempio 1

Tab. 1– Risultati delle prove per la costruzione delle carte RM

N° delle osservazioni	Valori osservati (x)	Range mobili	Deviazioni rispetto a $\mu^{(1)}$	Cumulo delle deviazioni	Zona ⁽²⁾ sulla carta Jaehn	Cumulo ⁽²⁾ sulla carta Jaehn
1	15		0	0	+0	+0
2	17	2	+2	+2	+0	+0
3	18	1	+3	+5	+2	+2
4	13	5	-2	+3	-0	-0
5	16	3	+1	+4	+0	+0
6	17	1	+2	+6	+0	+0
7	14	3	-1	+5	-0	-0
8	16	2	+1	+6	+0	+0
9	12	4	-3	+3	-2	-2
10	15	3	0	+3	+0	+0
11	16	1	+1	+4	+0	+0
12	13	3	-2	+2	-0	-0
13	13	0	-2	0	-0	-0
14	14	1	-1	-1	-0	-0
15	12	2	-3	-4	-2	-2
16	14	2	-1	-5	-0	-2
17	18	4	+3	-2	+2	+2
18	16	2	+1	-1	+0	+2
19	14	2	-1	-2	-0	-0
20	17	3	+2	0	+0	+0

⁽¹⁾ Valore di riferimento; in questo caso, $\mu = \bar{\bar{x}} = 15$

⁽²⁾ vedere testo al par. 2.3

Calcolo delle caratteristiche comuni delle tre carte RM

-Valore di riferimento

- media dei 20 risultati singoli : $\mu = \bar{\bar{X}} = 15$

-Indice di dispersione per :

- i risultati singoli: $\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{2,3}{1,128} = 2,04$

$\bar{R}$, media dei range mobili

d_2 , fattore di trasformazione

- i range: $\sigma_R = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} = 0,825 \cdot 2,04 = 1,74$

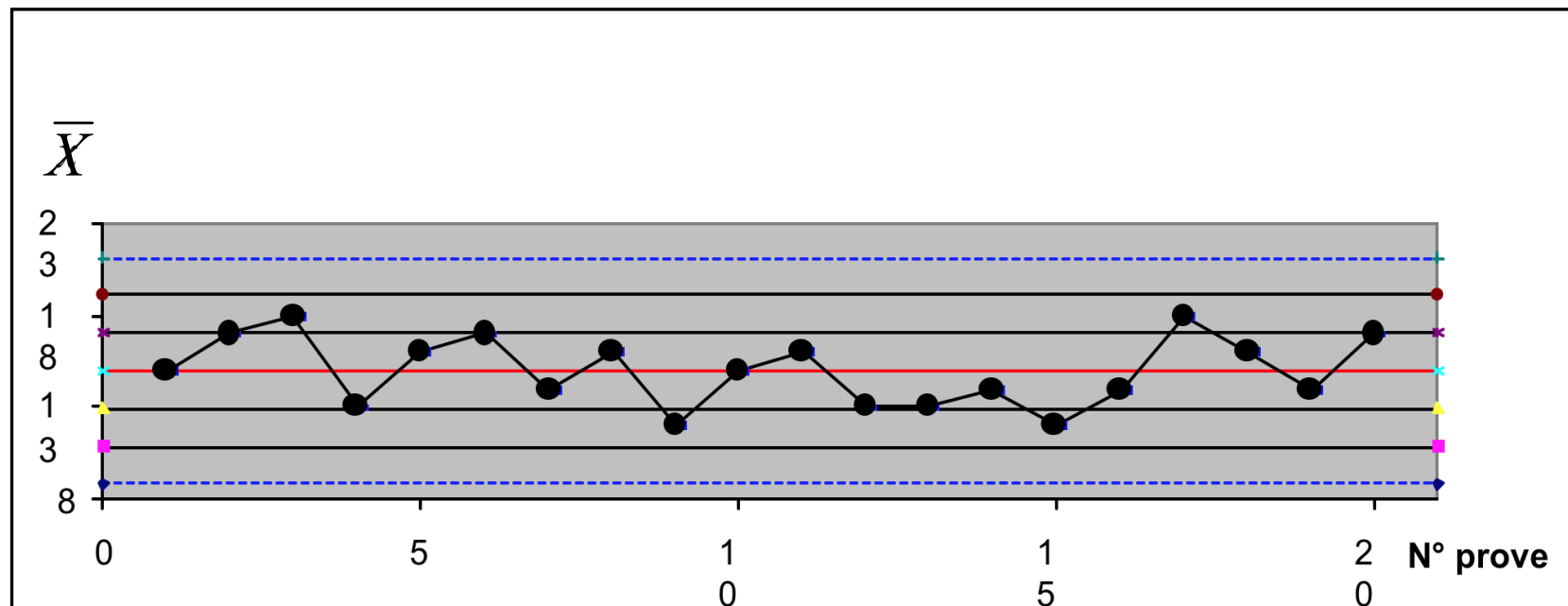
d_3 , fattore di trasformazione

n	d_2	d_3
2	1,128	0,853
3	1,693	0,888
4	2,059	0,880
5	2,326	0,864

Costruzione delle carte Shewhart

Figura 1b - Carta di Shewhart per le medie (valori singoli)
Dati da tab. 1 (col. 1, 2)

Figura 1b - Carta di Shewhart per le medie (valori singoli)
Dati da tab. 1 (col. 1, 2)



media, $\bar{\bar{x}} = 15$

$\sigma \cong 2$

$L_{\text{sup}} \cong 21$

$L_{\text{inf}} \cong 9$

Costruzione delle carte Shewhart

Carta delle medie

$$\mu = \bar{\bar{X}} = 15$$

Limite superiore, $\mu + 3$ = 21 Limite inferiore, $\mu - 3$ = 9

Carta dei Range

$$\bar{R} = 2,3$$

Limite superiore:

$$D_4 \bar{R} = 3,268 \cdot 2,3 = 7,5$$

$$D_4 = 1 + \frac{3d_3}{d_2} \quad \text{:fattore di trasformazione}$$

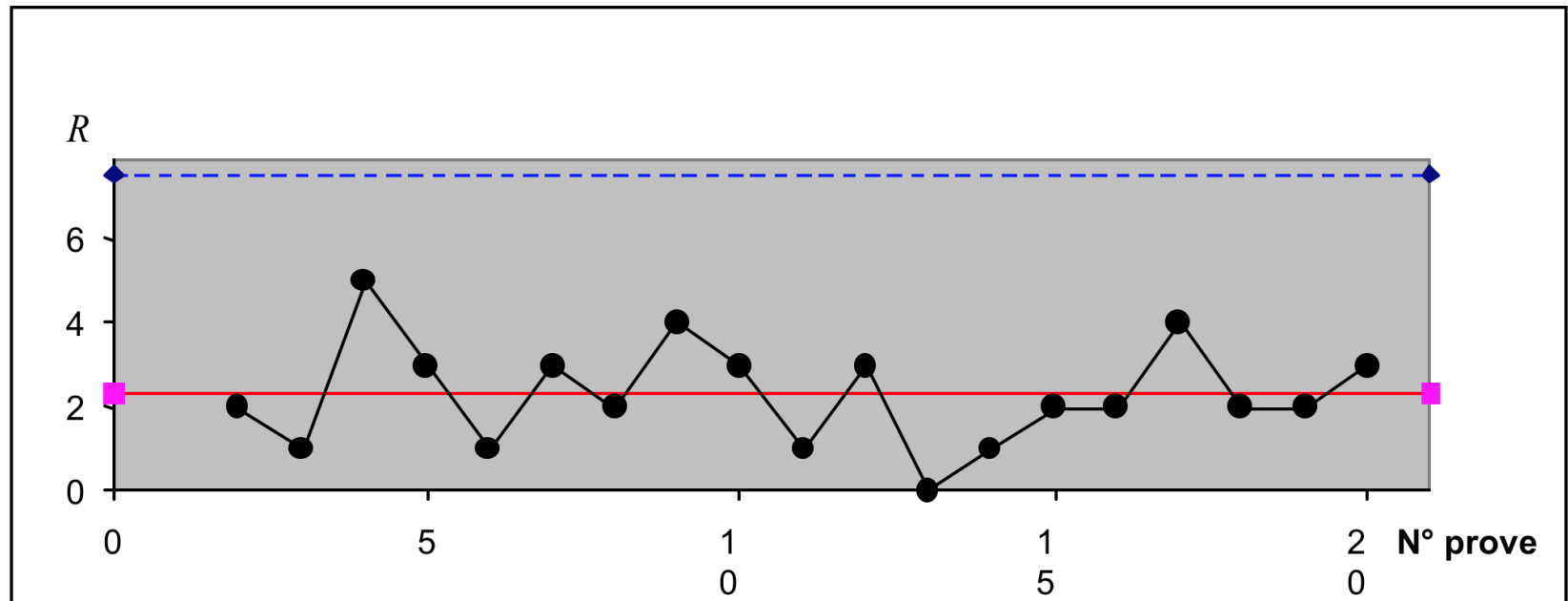
Limite inferiore:

$$D_3 \bar{R} = 0 \cdot 2,3 = 0$$

$$D_3 = 1 - \frac{3d_3}{d_2} \quad \text{:fattore di trasformazione}$$

Costruzione delle carte Shewhart

Figura 1a - Carta di Shewhart per i *range mobili*
Dati da tab. 1 (col. 1, 3)



$$\bar{R} = 2,3$$

$$L_{\text{sup}} = D_4 \bar{R} = 7,5$$

$$L_{\text{inf}} = D_3 \bar{R} = 0$$

Costruzione della carta cumulativa

Valore di riferimento : $\mu=15$

Asse orizzontale : numero d'ordine

Asse verticale : deviazioni cumulate

$$\sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \mu) = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i - n\mu = \sum_{i=1}^n x_i - 15n$$

Il segmento unitario sull'asse verticale è pari a:

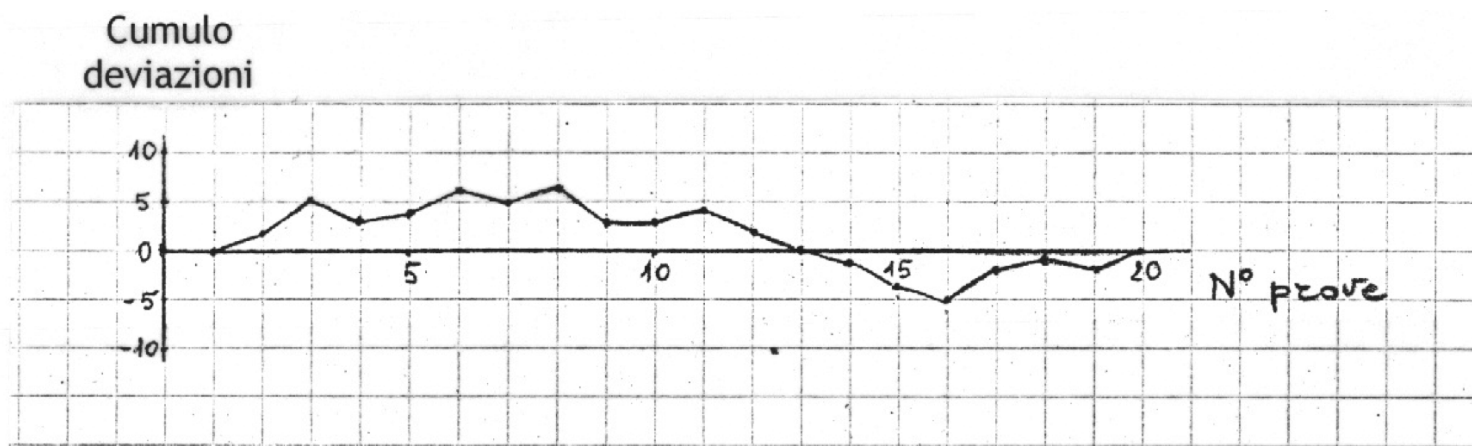
$$2,5\sigma = 5$$

Costruzione della carta cumulativa

Figura 1c - Carta cumulativa

Dati da Tabella 1 (col. 1, 5) (ordinate: 1 quadretto = $2,5\sigma$, $\sigma=2$)

Figura 1c - Carta cumulativa
Dati da Tabella 1 (col. 1, 5)
(ordinate : 1 quadretto = $2,5\sigma$, $\sigma=2$)



Costruzione della carta J

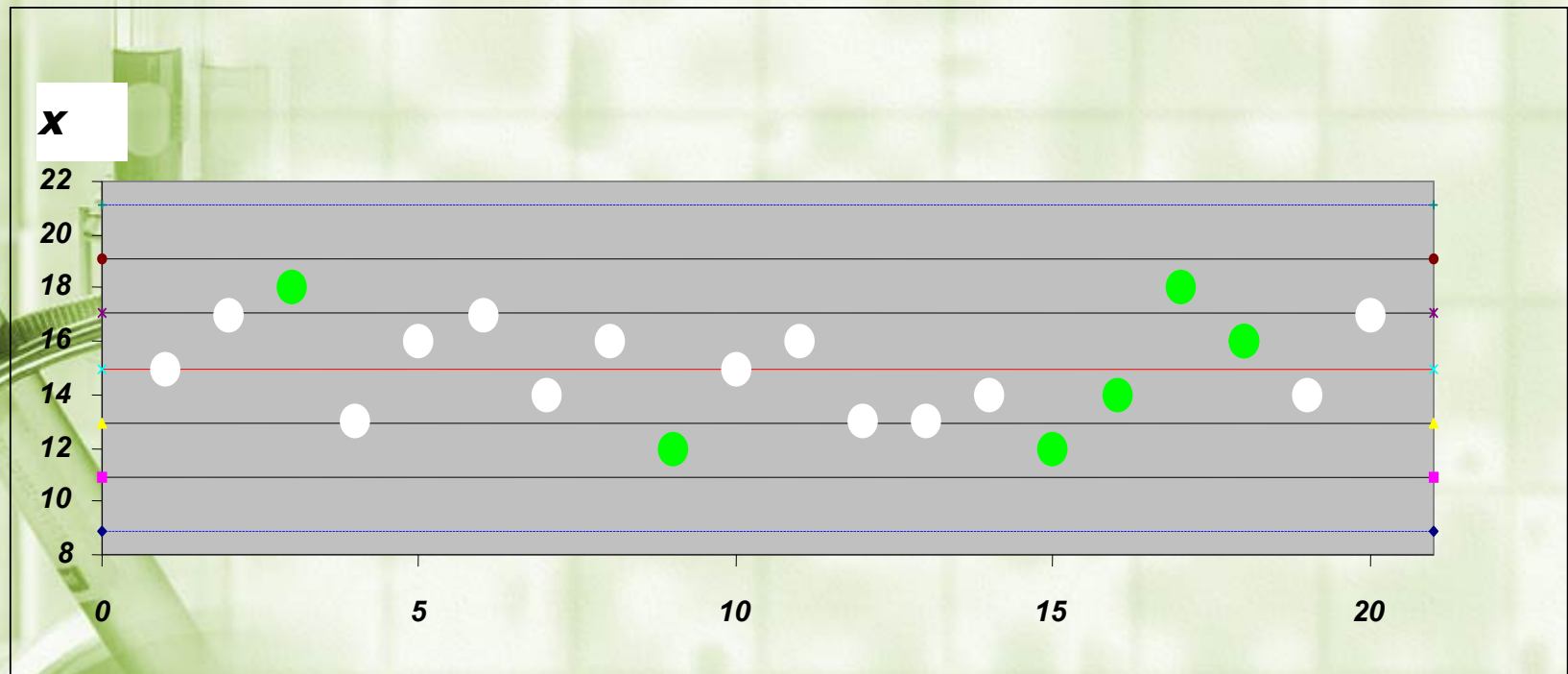
Valore di riferimento: $\mu = \bar{\bar{x}} = 15$

ZONA	INTERVALLO	COLORE PER x_1
I	15-17 13-15	BIANCO
II	17-19 11-13	VERDE
III	19-21 9-11	GIALLO
IV	>21 < 9	ROSSO

I colori per i risultati successivi a x_1 sono mostrati nella carta J della successiva diapositiva

Costruzione della carta j

Figura 1d - Carta di Jaehn o **carta J** a zone
Dati da tab. 1 (col. 1, 6 e 7)



media, $\bar{x} = 15$

$\sigma \cong 2$

$L_{\text{sup}} \cong 21$

$L_{\text{inf}} \cong 9$

Esempio 1

Tab. 2 – Risultati delle prove per l'utilizzo delle carte RM costruite

N° delle osservazioni	Valori osservati	Range mobili	Deviazioni rispetto a ⁽¹⁾	Cumulo delle deviazioni	Zona ⁽²⁾ sulla carta Jaehn	Cumulo ⁽²⁾ sulla carta Jaehn
21	12	5	-3	-3	-2	-2
22	17	5	+2	-1	+0	+0
23	14	3	-1	-2	-0	-0
24	14	0	-1	-3	-0	-0
25	17	3	+2	-1	+0	+0
26	16	1	+1	0	+0	+0
27	14	2	-1	-1	-0	-0
28	11	3	-4	-5	-2	-2
29	13	2	-2	-7	-0	-2
30	14	1	-1	-8	-0	-2
31	15	1	0	-8	+0	+0
32	11	4	-4	-12	-2	-2
33	14	3	-1	-13	-0	-2
34	16	2	+1	-12	+0	+0
35	13	3	-2	-14	-0	-0
36	14	1	-1	-15	-0	-0
37	11	3	-4	-19	-2	-2
38	12	1	-3	-22	-2	-4
39	13	1	-2	-24	-0	-4
40	16	3	+1	-23	+0	+0
41	12	4	-3	-26	-2	-2
42	18	6	+3	-23	+2	+2
43	18	0	+3	-20	+2	+4
44	17	1	+2	-18	+0	+4
45	20	3	+5	-13	+4	+8*
46	15	5	0	-13	-0	-0
47	14	1	-1	-14	-0	-0
48	18	4	+3	-11	+2	+2
49	20	2	+5	-6	+4	+6
50	16	4	+1	-5	+0	+6
51	18	2	+3	-2	+2	+8*
52	14	4	-1	-3	-0	-0
53	16	2	+1	-2	+0	+0

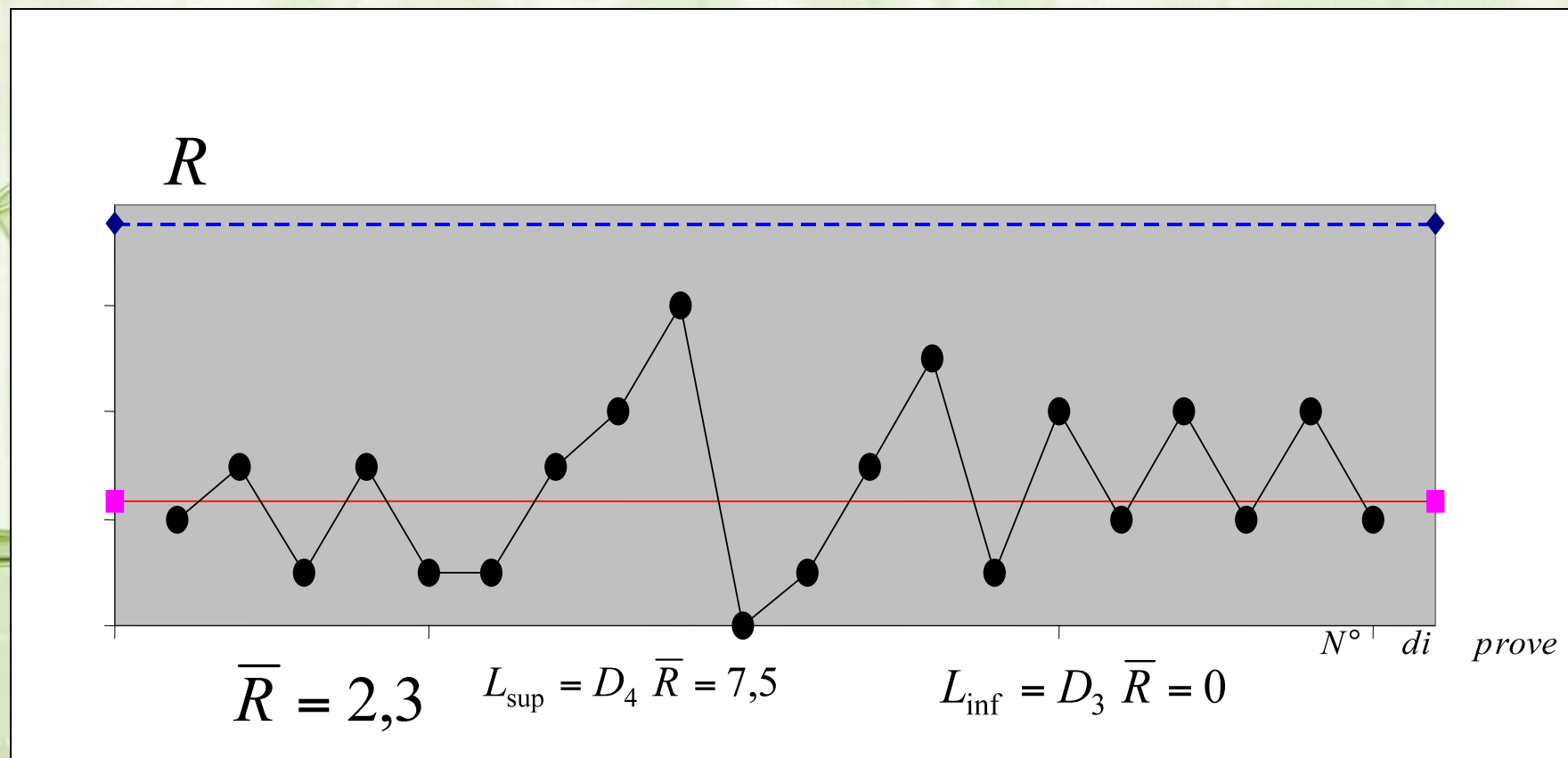
* Valore che segnala una situazione di fuori controllo

⁽¹⁾ Valore di riferimento; in questo caso, $\mu = \bar{X} = 15$

⁽²⁾ vedere testo al par. 2.3

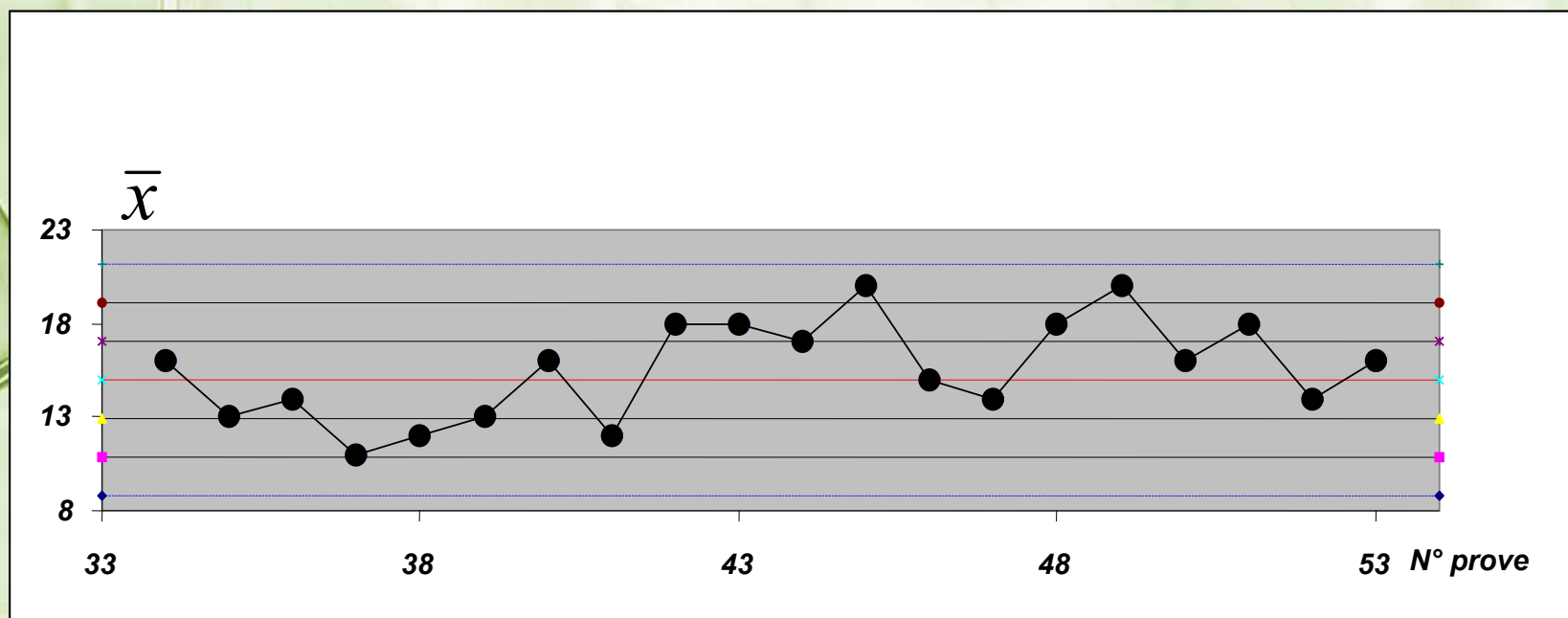
Carta di Shewhart per i range mobili

Figura 2a - Carta di Shewhart per i range mobili Dati da tab. 2 (col. 1, 3)



Carta di Shewhart per le medie

Figura 2b - Carta di Shewhart per le medie (valori singoli)
Dati da tab. 2 (col. 1, 2)



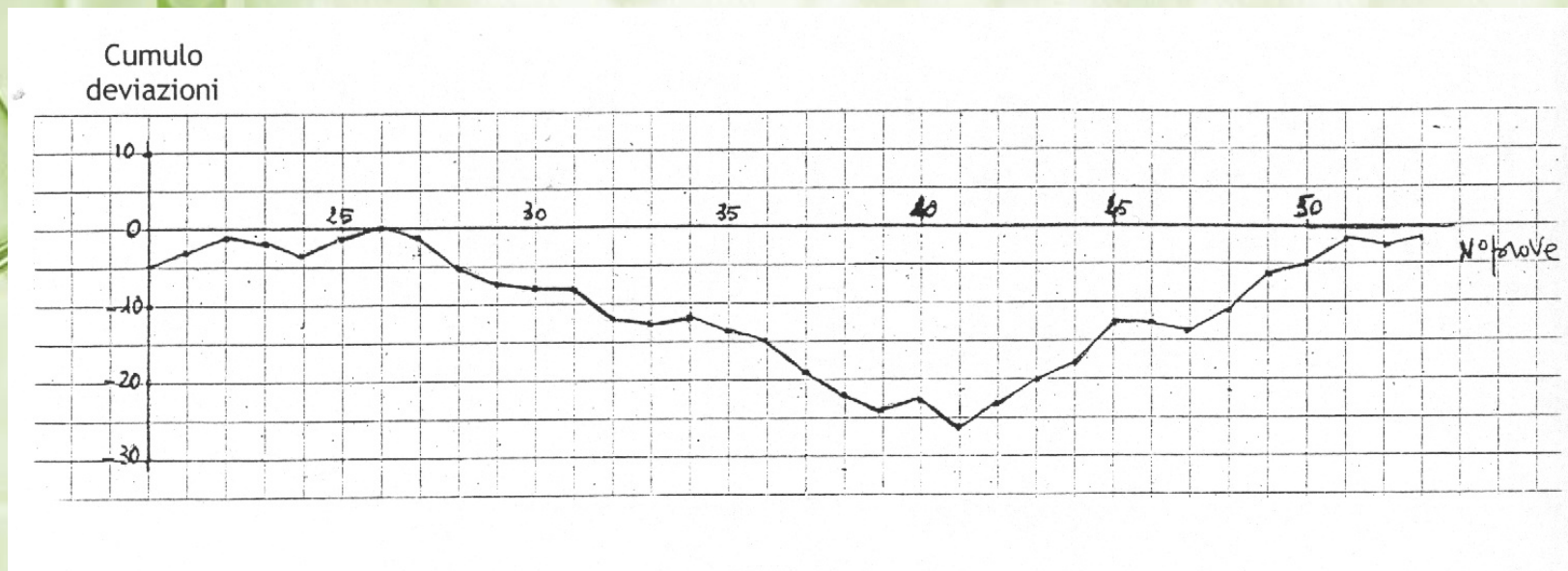
$$media, \bar{\bar{x}} = 15 \quad \sigma \approx 2$$

$$L_{sup} \approx 21$$

$$L_{inf} \approx 9$$

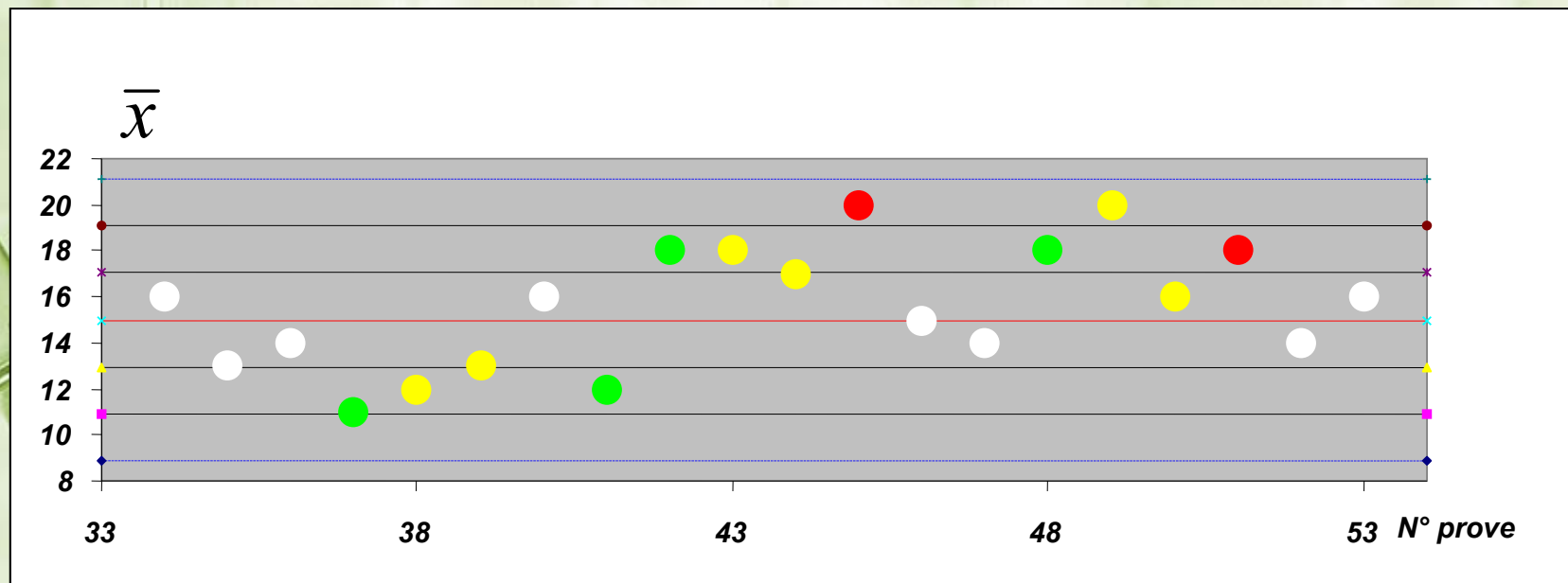
Carta cumulativa

Figura 2c - Carta cumulativa
Dati da tab. 2 (col. 1, 5)
(ordinate : 1 quadretto = $2,5 \sigma$, $\sigma = 2$)



Carta Jaehn o carta J

Figura 2d - Carta Jaehn o *carta J*
Dati da tab. 2 (col. 1, 6 e 7)



$$media, \bar{\bar{x}} = 15 \quad \sigma \cong 2 \quad L_{sup} \cong 21 \quad L_{inf} \cong 9$$

Carte di controllo T-H

Condizioni necessarie per la loro costruzione e il loro impiego

- Esecuzione di **prove in doppio**
- Uso di un **metodo convalidato**
- Scarto tipo di ripetibilità, σ_r , noto e confermato in laboratorio
- σ_r , funzione nota della concentrazione, $\bar{c}$, nell'intervallo di validità del metodo

Nota : di solito $\sigma_r = a + b \bar{c}$ con a e b costanti fornite dalla norma o valutate dal laboratorio

Carte di controllo T-H

Esempio 2

Tab. 3 - Risultati delle prove in doppio per la costruzione delle carte T-H

N° coppie	Risultati	Medie	Differenze	$\log \bar{c}$	$\log d$	$a + b\bar{c}$	$ d /a + b\bar{c}$	$\log \left[\frac{ d }{a + b\bar{c}} \right]$
1	8,99 - 9,24	9,115	0,25	0,960	-0,602	0,47345	0,528	-0,277
2	10,31 - 10,93	10,62	0,62	1,026	-0,208	0,5186	1,196	0,078
3	11,91 - 12,16	12,035	0,25	1,080	-0,602	0,56105	0,446	-0,351
4	21,88 - 20,82	21,35	1,06	1,329	-0,025	0,8405	1,261	0,101
5	21,15 - 22,85	22,00	1,70	1,342	0,230	0,8600	1,977	0,296
6	14,03 - 13,18	13,605	0,85	1,134	-0,071	0,60815	1,398	0,145
7	15,83 - 16,18	16,005	0,35	1,204	-0,456	0,68015	0,515	-0,289
8	19,45 - 19,75	19,60	0,30	1,292	-0,523	0,7880	0,381	-0,419
9	16,17 - 15,02	15,595	1,15	1,193	0,061	0,66785	1,722	0,236
10	33,38 - 36,43	34,905	3,05	1,543	0,484	1,24715	2,446	0,388
11	36,90 - 39,10	38,00	2,20	1,580	0,342	1,3400	1,642	0,215
12	23,03 - 22,58	22,805	0,45	1,358	-0,347	0,88415	0,509	-0,293
13	29,70 - 30,20	29,95	0,50	1,476	-0,301	1,0985	0,455	-0,342
14	43,02 - 39,98	41,50	3,04	1,618	0,483	1,4450	2,104	0,323
15	26,52 - 27,12	26,82	0,60	1,428	-0,222	1,0046	0,597	-0,224
16	43,40 - 47,40	45,40	4,00	1,657	0,602	1,5620	2,561	0,408
17	33,30 - 30,80	32,05	2,50	1,506	0,398	1,1615	2,152	0,333
18	36,20 - 35,70	35,95	0,50	1,556	-0,301	1,2785	0,391	-0,408
19	44,49 - 45,41	44,95	0,92	1,653	-0,036	1,5485	0,594	-0,226
20	43,93 - 41,68	42,805	2,25	1,631	0,352	1,48415	1,516	0,181
21	40,18 - 41,12	40,65	0,94	1,609	-0,027	1,4195	0,662	-0,179
22	26,31 - 24,79	25,55	1,52	1,407	0,182	0,9665	1,573	0,197
23	33,17 - 32,42	32,795	0,75	1,516	-0,125	1,18385	0,634	-0,198

Carte di controllo T-H

Costruzione della carta : $\bar{c}$ vs $|d|$ (dati da col. 3, 4 di tab. 3)

Distribuzione di $|d| = |c_1 - c_2|$: normale

Scarto tipo di $|d|$: $\sigma_{|d|} = \sqrt{2}\sigma_r = \sqrt{2}(a + b\bar{c})$

$a = 0,20$ $b = 0,03$ $\bar{c} = (c_1 - c_2) / 2$

95° percentile della distribuzione di $|d|$:

$$P_{95} = 1,960\sqrt{2}(a + b\bar{c}) = 2,772(a + b\bar{c})$$

$$P_{95} = 2,772(0,20 + 0,03\bar{c})$$

$$P_{95} = 0,554 + 0,083\bar{c}$$

50° percentile della distribuzione di $|d|$:

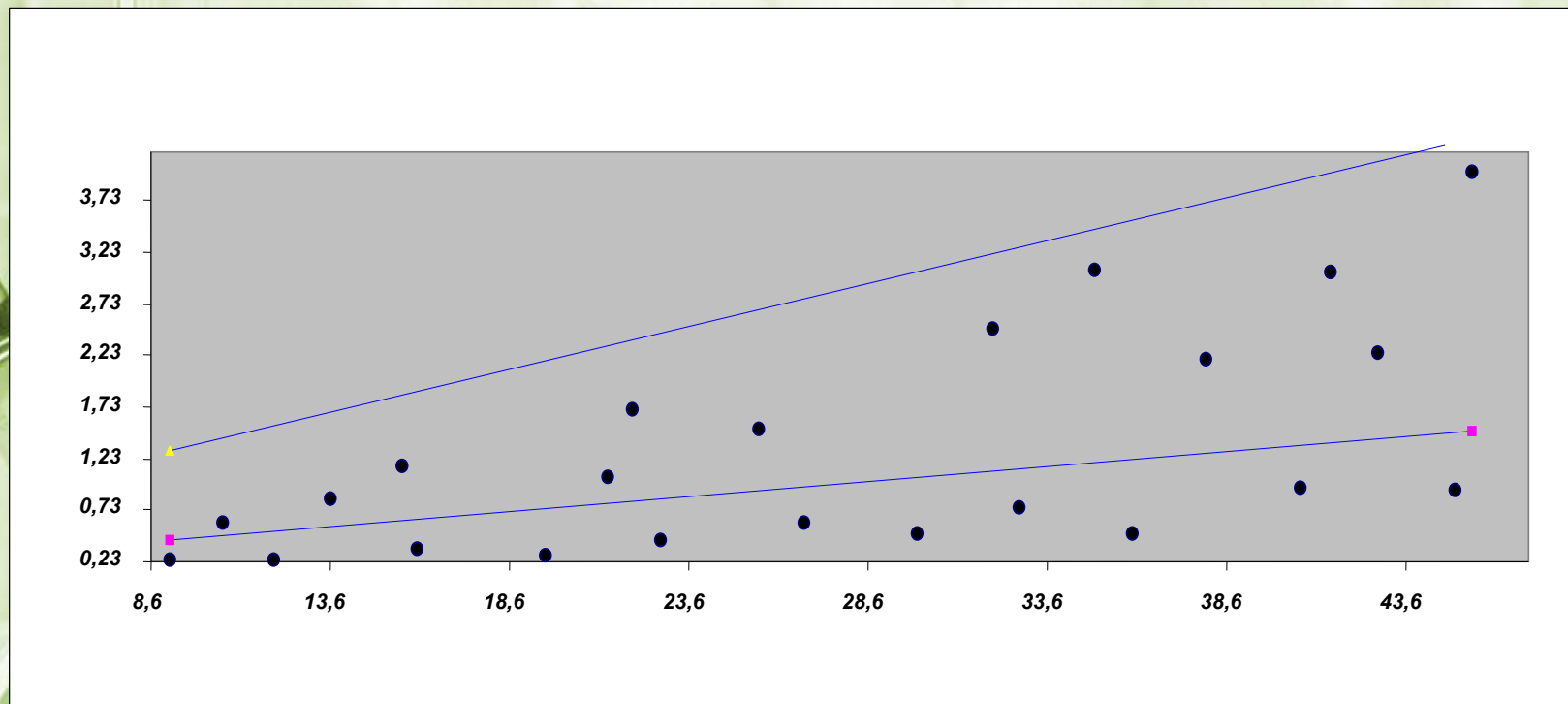
$$P_{50} = 0,6745\sqrt{2}(a + b\bar{c}) = 0,954(a + b\bar{c})$$

$$P_{50} = 0,954(0,20 + 0,03\bar{c})$$

$$P_{50} = 0,191 + 0,029\bar{c}$$

Carta T-H

Figura 3a - Carta T-H
Dati da tab. 3 (col. 3, 4)



Carte di controllo T-H

Costruzione della carta : $\log \bar{c}$ vs $|d|$ (dati da col. 5, 6 di tab. 3)

Distribuzione di $\log |d|$: normale

Scarto tipo di $\log |d|$: $\sigma_{\log |d|} = \log \sqrt{2}(a + b\bar{c})$

$$a = 0,20 \quad b = 0,03 \quad \bar{c} = (c_1 - c_2) / 2$$

95° percentile della distribuzione di $\log |d|$:

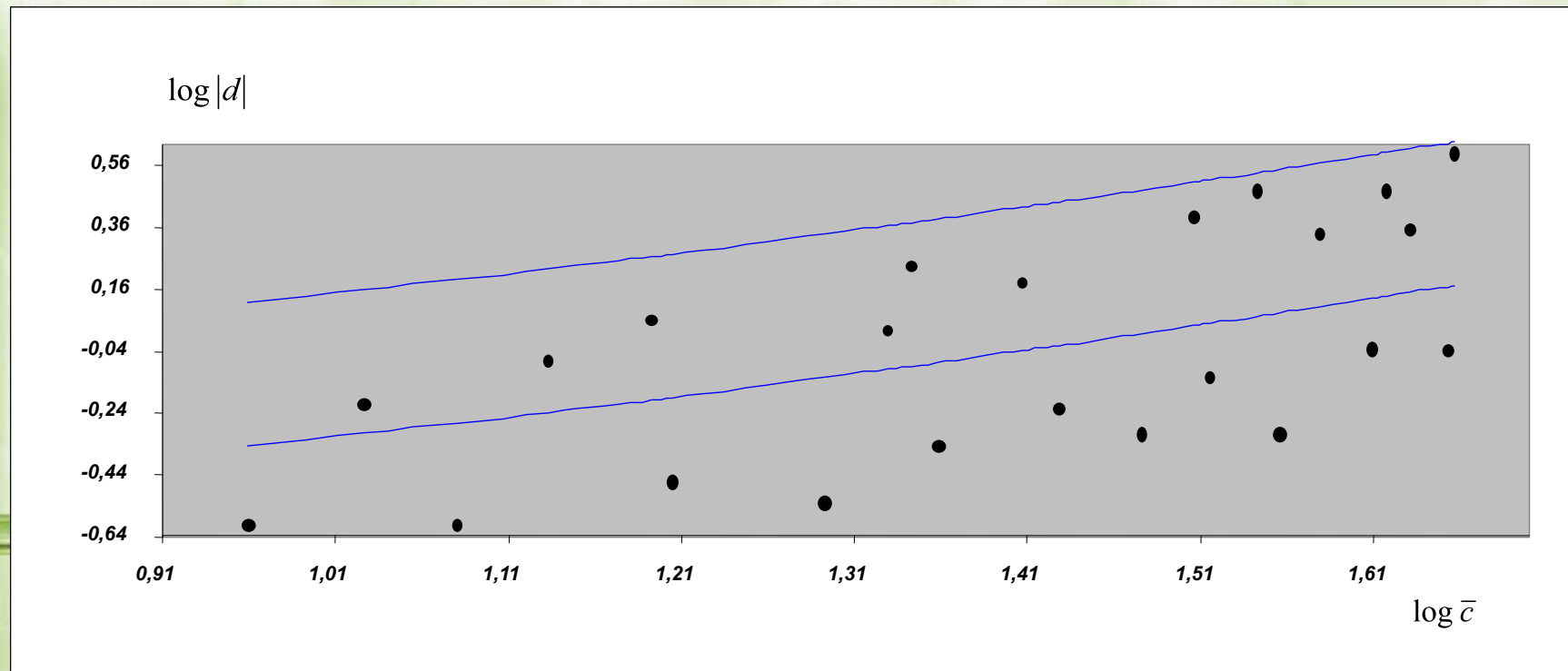
$$\log P_{95} = \log(0,554 + 0,083\bar{c})$$

50° percentile della distribuzione di $\log |d|$:

$$\log P_{50} = \log(0,191 + 0,029\bar{c})$$

Carta T-H

figura 3b - Carta T-H
Dati da tab. 3 (col. 5, 6)



Carte di controllo T-H

Costruzione della carta N°di prove vs $\frac{|d|}{a + b\bar{c}}$:
(dati da col. 5, 6 di tab. 3)

Distribuzione di $\frac{|d|}{a + b\bar{c}}$: normale

Scarto tipo di $\frac{|d|}{a + b\bar{c}}$:

95° percentile della distribuzione di $\frac{|d|}{a + b\bar{c}}$:

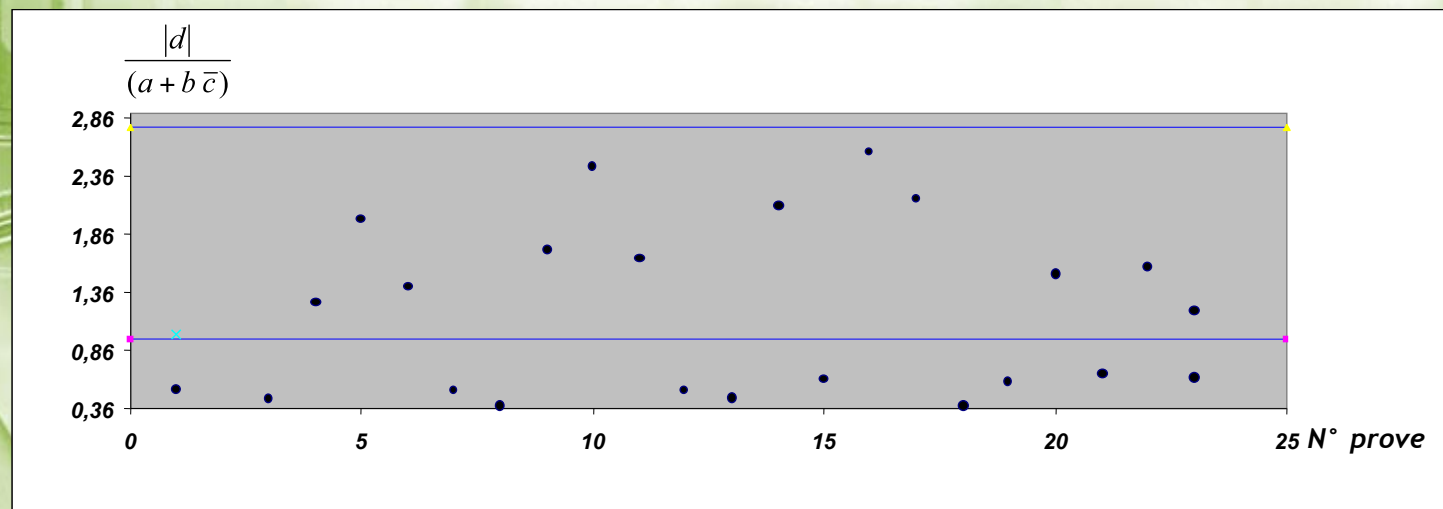
$$P_{95} = 1,960 \cdot \sqrt{2} = 2,772$$

50° percentile della distribuzione di $\frac{|d|}{a + b\bar{c}}$:

$$P_{50} = 0,6745 \cdot \sqrt{2} = 0,954$$

Carta T-H

Figura 3c - Carta T-H
Dati da tab. 3 (col. 1, 8)



Carte di controllo T-H

Costruzione della carta: N° prove vs
(dati da col. 1, 9 di tab. 3)

$$\log \frac{|d|}{a + b\bar{c}}$$

Distribuzione di $\log \frac{|d|}{a + b\bar{c}}$: normale

Scarto tipo di $\log \frac{|d|}{a + b\bar{c}}$: $\log(\sqrt{2})$

95° percentile della distribuzione di $\log \frac{|d|}{a + b\bar{c}}$

$$\log P_{95} = \log(1,960 \cdot \sqrt{2}) = 0,4428$$

50° percentile della distribuzione di $\log \frac{|d|}{a + b\bar{c}}$

$$\log P_{50} = \log(0,6745 \cdot \sqrt{2}) = -0,0205$$

Carte di controllo T-H

Figura 3d - Carta T-H
Dati da tab. 3 (col. 1, 9)

