

Significato, costruzione ed uso delle carte di controllo

M. BETTINELLI - UNICHIM

Milano, 12 marzo 2015

Le carte di controllo

- Nascono nel 1924 ad opera di Walther Shewhart che lavorava nei laboratori Bell e che per primo ha introdotto il concetto di “controllo della variabilità”
- Vengono ampliate e diffuse in America e in Giappone da Edwards Deming nel 1939 - 1950

Sono state applicate per monitorare e migliorare i processi produttivi

Il concetto tecnico di variabilità

La **variabilità** era uno sforzo per identificare i “pezzi” che avrebbero potuto essere utilizzati per montare un oggetto funzionante.

Venne sviluppato il concetto di “tolleranza” per poter definire quanto i pezzi dovessero essere simili per poterli montare insieme.

Ogni variazione era classificata in:

- **accettabile**: se rispettava i requisiti tecnici
- **eccessiva**: se fuori dai limiti permessi

Tutto quello che si poteva fare con un simile concetto di variabilità era di mettersi al fondo della linea di produzione e separare i prodotti buoni da quelli non buoni.

Il tipico ciclo produttivo consisteva quindi nel:

1. Produrre
2. Controllare
3. Recuperare

Il concetto di variabilità secondo Shewhart

Nel 1920, Shewhart studiando la variabilità dei processi industriali ipotizzò che la causa della variabilità potesse essere identificata basandosi sulla esperienza acquisita nello studio dei processi naturali.

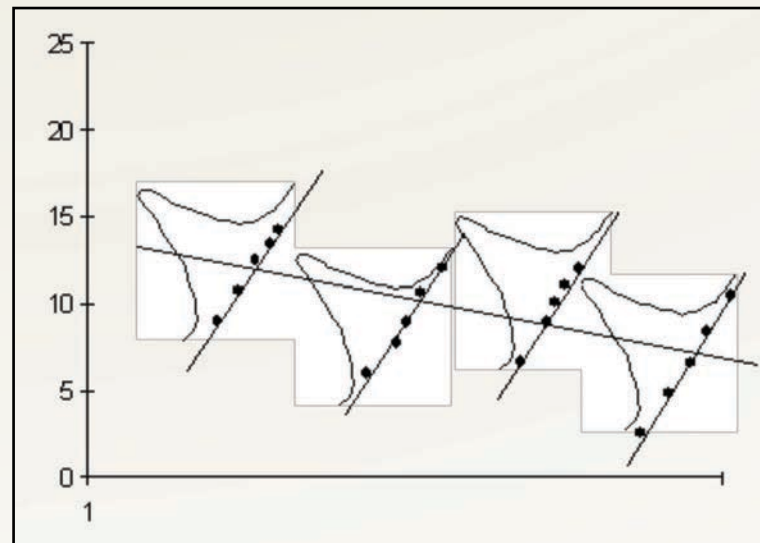
Vide però che

I PROCESSI PRODUTTIVI NON SI COMPORTAVANO COME QUELLI NATURALI

- **Variabilità controllata:** caratterizzata da un insieme di variazioni che sono stabili e costanti nel tempo e sono attribuibili a cause “casuali”.
- **Variabilità incontrollata:** caratterizzata da un insieme di variazioni instabili nel tempo e sono attribuibili a cause “specifiche”.

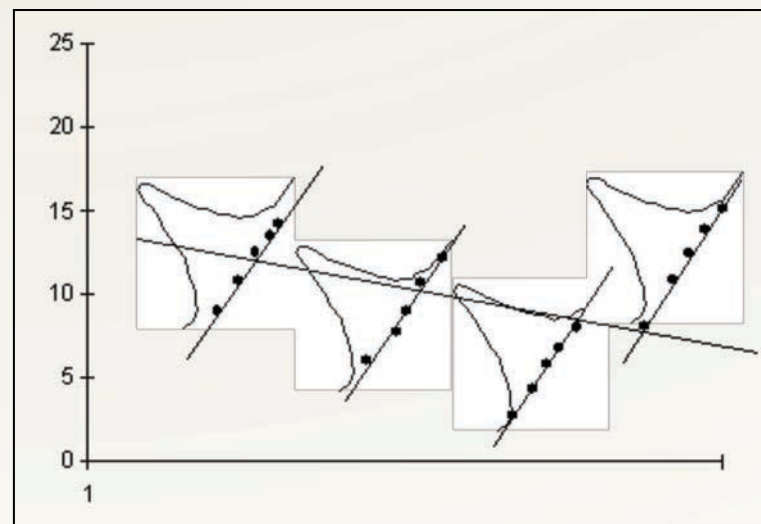
Variabilità controllata

Considerando un processo produttivo che genera una serie di componenti discreti, ognuno ad es. con una dimensione misurabile che viene periodicamente verificata da uno o più operatori con uno o più strumenti (variabili) che interagiscono fra loro generando una variabilità casuale ma costante nel tempo definita perciò “variabilità controllata”



Variabilità incontrollata

Se interviene un fattore qualsiasi (ad es. lo strumento di misura che non funziona correttamente, o variazioni di condizioni ambientali che influenzano le misure) si può ottenere un andamento come quello riportato nella figura accanto che rappresenta una “variabilità incontrollata”

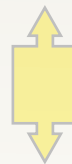


I PROCESSI IN “CONTROLLO STATISTICO” SONO PREVEDIBILI MENTRE QUELLI IN “NON CONTROLLO STATISTICO” SONO IMPREVEDIBILI

COME MIGLIORARE UN PROCESSO

Quando un processo dimostra una variabilità controllata, si deve ritenere che sia stabile e coerente. Le variazioni presenti nel processo sono dovute solo a ciò che è inerente al processo stesso e, quindi, per ridurre la variabilità, si deve modificarlo.

D'altra parte, se un processo è soggetto a variazioni incontrollate, vuol dire che avremo continui cambiamenti nel tempo e quindi il processo è incoerente e instabile.



Il primo passo per migliorare il processo è perciò quello di studiare e identificare le “cause specifiche” che generano la variabilità eccessiva.

Le due alternative

Il **concetto tecnico di controllo della variabilità** ha come scopo il **rispetto delle tolleranze**; tutti i prodotti che sono dentro le specifiche vanno bene perché “sufficientemente buoni”

Il **controllo della variabilità secondo Shewhart** è differente in quanto l'obiettivo diventa la **costanza del processo**; come naturale conseguenza i prodotti sono uniformi per quanto possibile.

Un po' di storia

Questi concetti sono stati esposti da **Shewhart** per la prima volta nel

- **1924** (anno in cui ha pubblicato la sua prima carta di controllo) e nel
- **1931** anno in cui ha pubblicato "*Economic Control of Quality of Manufactured Product*"

ma hanno trovato vera applicazione grazie a **Deming** che nel

- **1938** organizzò una serie di conferenze alla scuola superiore del Ministero dell'agricoltura degli Stati Uniti per presentare i lavori di Shewhart.
- **1950** tenne una serie di lezioni sui metodi statistici per il controllo di qualità presso la **JUSE** (Union of Japanese Scientists and Engineers) in Giappone

La necessità di impiegare le carte di controllo

PONIAMOCI QUESTA DOMANDA

- se l'obiettivo è il miglioramento del processo, come si misura il progresso verso l'obiettivo?

- Fornire prodotti che siano tutti conformi è un punto di riferimento
- Raggiungere uno stato di controllo statistico per il processo, ne è un secondo

RICORDARE che

nessuno dei due risultati è permanente in quanto entrambi possono regredire

Il processo può appartenere a 4 stati



Lo stato IDEALE

- Il processo è SOTTO CONTROLLO
- 100% di PRODOTTO CONFORME
- **Le carte di controllo**
 - mantengono il processo in controllo statistico
 - danno informazioni per ogni problema emergente

Un processo può arrivare a questo stato ideale soddisfacendo a 4 condizioni:

1. Il processo deve essere intrinsecamente stabile nel tempo
2. Il processo deve essere utilizzato in modo stabile e coerente
3. La media del processo deve essere messa e mantenuta al valore corretto
4. La dispersione naturale del processo deve essere inferiore alla tolleranza specificata per il prodotto

La necessità di impiegare le carte di controllo

Esiste un solo modo per conoscere se un processo soddisfa tutte e 4 le condizioni e se le mantiene nel tempo

UTILIZZARE LE CARTE DI CONTROLLO

Quindi se un processo opera nello stato ideale e se si vuole che continui a operare in tale stato, si devono utilizzare le carte di controllo perché queste segnalano i problemi prima che siano abbastanza gravi da causare delle non conformità nel prodotto

Lo stato LIMITE

- Il processo è SOTTO CONTROLLO
- Alcuni PRODOTTI NON CONFORMI
- si deve :
 - cambiare il processo oppure le specifiche
 - la selezione è un rimedio provvisorio
- **Le carte di controllo**
 - mantengono il processo in controllo statistico
 - misurano gli sforzi per migliorarlo

Un processo in questo stato dimostra ancora un ragionevole livello di controllo statistico anche se produce alcuni prodotti non conformi.

Se la non conformità deriva dalla cattiva centratura del processo il rimedio può essere semplice

Se la non conformità deriva da una dispersione naturale del processo che è maggiore di quella permessa dalle specifiche, o si cambiano queste o si cerca di ridurre la variabilità del processo.

Le carte di controllo possono essere impiegate per ricavare queste informazioni.

La soglia del CAOS

- Il processo è FUORI CONTROLLO
- 100% di PRODOTTO CONFORME
- tutto sembra a posto
 - sono le cause specifiche a determinare ciò che uscirà dal processo
 - qualità e conformità possono cambiare in ogni momento

In questo stato il processo è fuori dal controllo statistico anche se sta fornendo prodotti conformi al 100%

- Il fatto che il processo sia fuori controllo significa che la variabilità è incostante nel tempo
- Il processo subisce delle “cause specifiche”
- Il passaggio dal 100% di prodotti conformi ad una frazione di prodotti non conformi può succedere in qualsiasi momento

La stato di CAOS

- Il processo è FUORI CONTROLLO
- Alcuni PRODOTTI NON CONFORMI
- le “cause specifiche” guidano il processo
- fluttuazioni casuali dovute alle cause specifiche potranno frustrare i tentativi di migliorare il processo
- il solo modo per uscire dal caos è l’eliminazione delle “cause specifiche”

In questo stato il processo è fuori dal controllo statistico e sta fornendo prodotti non conformi al 100%

- Le “cause specifiche” guidano il processo

Effetto dell'Entropia

Lo stato LIMITE

Lo stato IDEALE

Ma non resta stabilmente in uno di essi in quanto **l'ENTROPIA** del processo tende automaticamente a deteriorare il processo spingendolo verso lo “stato di caos”

Lo stato di CAOS

La soglia del CAOS

Alcuni prodotti non conformi

Prodotti conformi al 100%

L'impiego delle carte di Shewhart

Esistono 5 modi diversi:

1. Le carte d'analisi di dati storici
2. Le carte per la correzione dei processi
3. Le carte per la messa a punto dei processi
4. **Le carte per il controllo esteso**
è previsto l'uso di più carte di controllo che, contemporaneamente, seguono diverse caratteristiche fra loro collegate, allo scopo di scoprire quali sono le carte che forniscono le migliori previsioni sul processo.
5. **Le carte di controllo per il miglioramento continuo**
sono uno strumento potente per il miglioramento continuo soltanto se chi la usa è in grado di identificare e rimuovere le "cause specifiche" che provocano la variabilità incontrollata.

INTERNATIONAL STANDARD

ISO 7870-2

First edition
2013-04-01

Control charts —

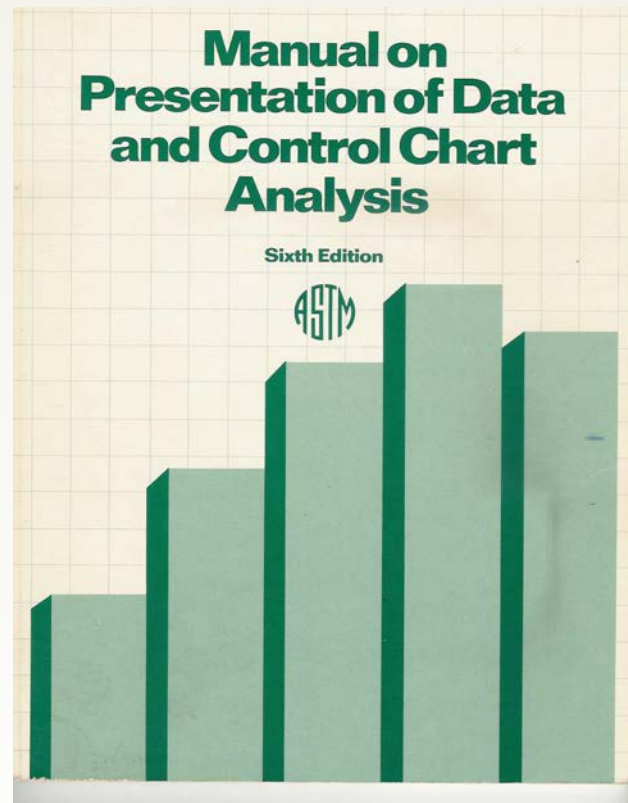
Part 2: Shewhart control charts

Cartes de contrôle —

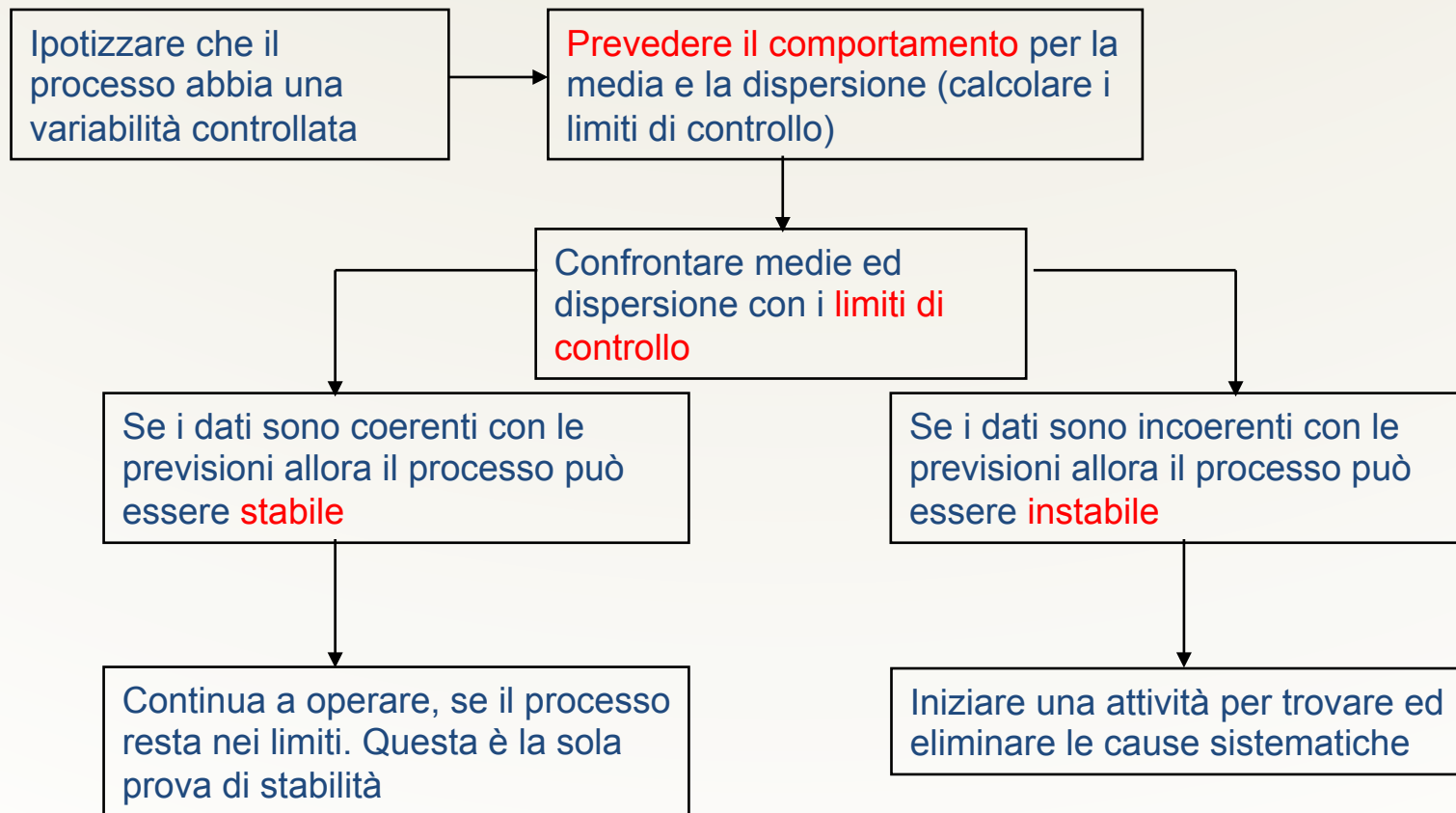
Partie 2: Cartes de contrôle de Shewhart

Principi e funzionalità delle carte di controllo

- come nascono e perché sono utilizzate -



La logica delle carte di controllo



La forza delle carte di controllo

Per il modo stesso con cui vengono calcolati i limiti l'evidenza di una mancanza di controllo è **un'evidenza forte** che può essere tranquillamente usata come valido motivo per intervenire.

Non vi è alcun accenno al numero minimo di sottogruppi **necessari per poter affermare che un punto fuori dai limiti di controllo è una indicazione chiara della presenza di variabilità specifica.**

Quindi, anche se ci sono solo 2 o 3 sottogruppi, ogni punto fuori dai limiti può essere interpretato come indicatore di variabilità incontrollata.

NB. Quando i dati possono essere ottenuti facilmente prima di calcolare i limiti si raccolgono 20-30 sottogruppi;

Quando i dati sono pochi o campionati ad intervalli di tempo lunghi, si può procedere al calcolo dei limiti qualunque sia il numero dei dati disponibili.

L'impiego proposto da Shewhart di sottogruppi prelevati periodicamente, ha introdotto 2 nuove variabili: la media del gruppo e la dispersione relativa. I valori singoli servono fondamentalmente per ottenere i valori delle medie e delle dispersioni dei sottogruppi.

Carte di controllo per valori singoli

Vi sono diverse situazioni in cui la numerosità del sottogruppo è = 1

Con un solo valore non è ovviamente possibile calcolare la dispersione
quindi la stima della stabilità di breve periodo sarà ottenuta dalla
escursione mobile ricavata tra due singoli valori successivi.

PECULIARITA' DELLE CARTE DI CONTROLLO

La carta di controllo verifica se una sequenza storica di dati può essere usata come predittore per le operazioni future.

Mentre la maggior parte delle elaborazioni statistiche sono di tipo deduttivo, le carte di controllo sono sostanzialmente una tecnica inferenziale.

L'analisi deduttiva sfrutta l'interpolazione; quella induttiva l'estrapolazione

Costruire le carte correttamente

Le formule che sono utilizzate nelle carte di controllo non sono state scelte arbitrariamente ma pensate con molta ponderazione in modo da rendere le carte assai robuste.

Il concetto di robustezza è il seguente: **anche se i dati utilizzati per calcolare i limiti di controllo sono fuori controllo, i limiti ricavati sono abbastanza validi da mettere in evidenza tale mancanza di controllo.**

Questa robustezza è l'aspetto più utile nella pratica: lo scopo delle carte di controllo è di mettere in evidenza una perdita di controllo, quando questa esiste, ed esse lo fanno, nella maggior parte dei casi, anche quando i dati fuori controllo sono stati utilizzati per il calcolo dei limiti stessi.

MISURE DI LOCALIZZAZIONE

MEDIA - La media rappresenta il baricentro dei dati, cioè il loro punto di equilibrio. La media $\bar{X}$ di una serie di misure $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ è data dall'equazione (1)

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1)$$

E' uno dei parametri di localizzazione più utilizzati e viene espressa nelle stesse unità di misura delle osservazioni. Il suo pregio, e talvolta anche difetto, è che risponde molto rapidamente ad eventuali dati anomali.

MEDIANA - identifica il cinquantesimo percentile, cioè il valore assunto dalla misura centrale, dopo che le misure disponibili sono state ordinate. In base alla sua definizione la mediana divide il set di dati in due metà uguali.

La mediana, che può essere determinata con facilità senza necessità di effettuare calcoli complessi, è una misura di localizzazione più stabile della media, nel senso che risponde meno e più lentamente alla presenza di dati anomali.

MISURE DI DISPERSIONE

RANGE - Il range del campione è la misura di dispersione più semplice e corrisponde alla differenza tra il valore massimo e quello minimo. E' efficiente per piccoli campioni, mentre non si dimostra molto utile per campioni numerosi.

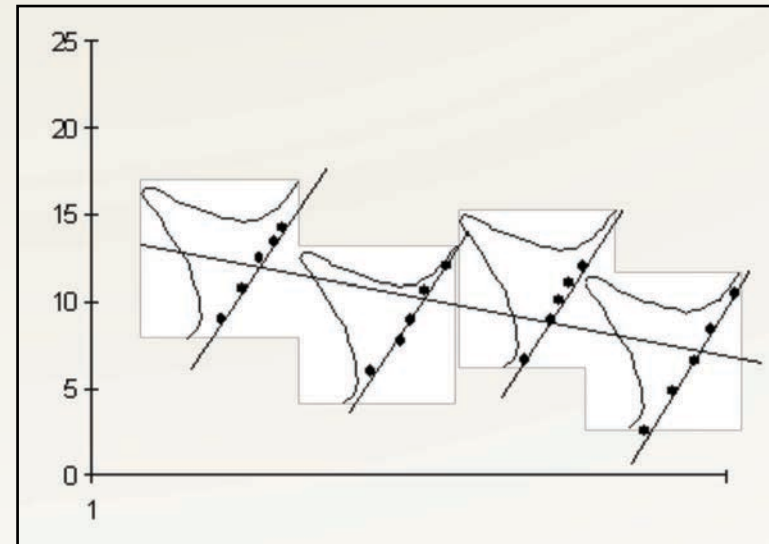
$$R = (X_{\max} - X_{\min})$$

DEVIAZIONE STANDARD o SCARTO TIPO - è la statistica descrittiva più efficace in quanto utilizza tutta l'informazione contenuta nei dati. E' espressa nella stessa unità di misura delle osservazioni ed è calcolata in accordo alla formula (3).

$$s = \sqrt{\frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}}$$

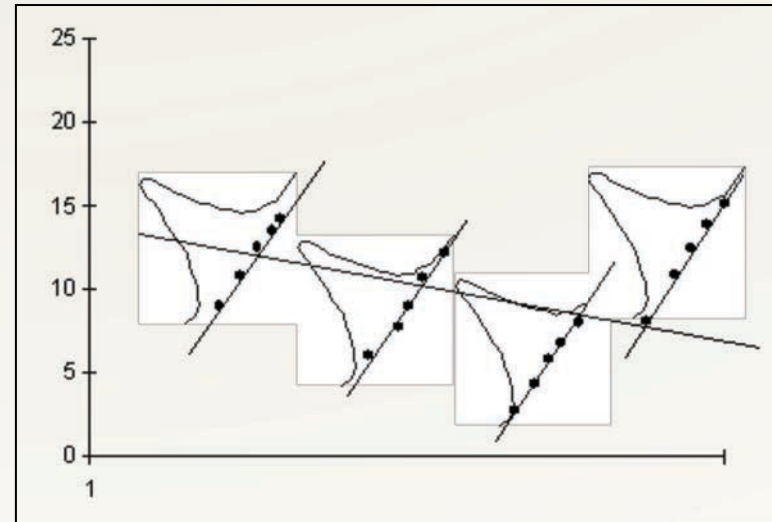
Variabilità controllata

Considerando un processo produttivo che genera una serie di componenti discreti, ognuno ad es. con una dimensione misurabile che viene periodicamente verificata da uno o più operatori con uno o più strumenti (variabili) che interagiscono fra loro generando una variabilità casuale ma costante nel tempo definita perciò “variabilità controllata”



Variabilità incontrollata

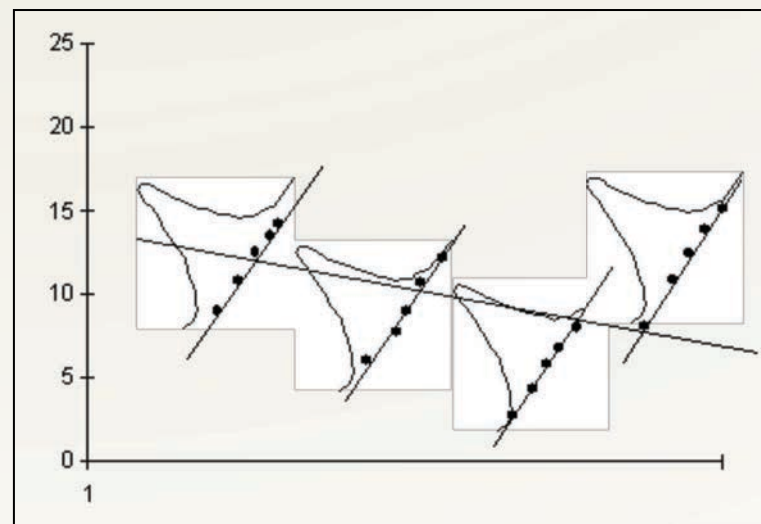
Se interviene un fattore qualsiasi (ad es. lo strumento di misura che non funziona correttamente, o variazioni di condizioni ambientali che influenzano le misure) si può ottenere un andamento come quello riportato nella figura accanto che rappresenta una “**variabilità incontrollata**”



I PROCESSI IN “CONTROLLO STATISTICO” SONO PREVEDIBILI MENTRE QUELLI IN “NON CONTROLLO STATISTICO” SONO IMPREVEDIBILI

Variabilità incontrollata

Se interviene un fattore qualsiasi (ad es. lo strumento di misura che non funziona correttamente, o variazioni di condizioni ambientali che influenzano le misure) si può ottenere un andamento come quello riportato nella figura accanto che rappresenta una “**variabilità incontrollata**”

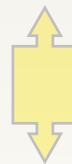


I PROCESSI IN “CONTROLLO STATISTICO” SONO PREVEDIBILI MENTRE QUELLI IN “NON CONTROLLO STATISTICO” SONO IMPREVEDIBILI

COME MIGLIORARE UN PROCESSO

Quando un processo dimostra una **variabilità controllata**, si deve ritenere che sia **stabile e coerente**. Le variazioni presenti nel processo sono dovute solo a ciò che è inerente al processo stesso e, quindi, per ridurre la variabilità, si deve modificarlo.

D'altra parte, se un processo è soggetto a **variazioni incontrollate**, vuol dire che avremo continui cambiamenti nel tempo e quindi il processo è **incoerente e instabile**.



Il primo passo per migliorare il processo è perciò quello di studiare e identificare le **“cause specifiche”** che generano la variabilità eccessiva.

Le due alternative

Il **concetto tecnico di controllo della variabilità** ha come scopo il **rispetto delle tolleranze**; tutti i prodotti che sono dentro le specifiche vanno bene perché “sufficientemente buoni”

Il **controllo della variabilità secondo Shewhart** è differente in quanto l'obiettivo diventa la **costanza del processo**; come naturale conseguenza i prodotti sono uniformi per quanto possibile.

Un po' di storia

Questi concetti sono stati esposti da **Shewhart** per la prima volta nel

- **1924** (anno in cui ha pubblicato la sua prima carta di controllo) e nel
- **1931** anno in cui ha pubblicato "*Economic Control of Quality of Manufactured Product*"

ma hanno trovato vera applicazione grazie a **Deming** che nel

- **1938** organizzò una serie di conferenze alla scuola superiore del Ministero dell'agricoltura degli Stati Uniti per presentare i lavori di Shewhart.
- **1950** tenne una serie di lezioni sui metodi statistici per il controllo di qualità presso la **JUSE** (Union of Japanese Scientists and Engineers) in Giappone

La necessità di impiegare le carte di controllo

PONIAMOCI QUESTA DOMANDA

- se l'obiettivo è il miglioramento del processo, come si misura il progresso verso l'obiettivo?

- Fornire prodotti che siano tutti conformi è un punto di riferimento
- Raggiungere uno stato di controllo statistico per il processo, ne è un secondo

RICORDARE che

nessuno dei due risultati è permanente in quanto entrambi possono regredire

Il processo può appartenere a 4 stati

Lo stato LIMITE	Lo stato IDEALE
Lo stato di CAOS	La soglia del CAOS
Alcuni prodotti non conformi	Prodotti conformi al 100%

Lo stato IDEALE

- Il processo è SOTTO CONTROLLO
- 100% di PRODOTTO CONFORME
- **Le carte di controllo**
 - mantengono il processo in controllo statistico
 - danno informazioni per ogni problema emergente

Un processo può arrivare a questo stato ideale soddisfacendo a 4 condizioni:

1. Il processo deve essere intrinsecamente stabile nel tempo
2. Il processo deve essere utilizzato in modo stabile e coerente
3. La media del processo deve essere messa e mantenuta al valore corretto
4. La dispersione naturale del processo deve essere inferiore alla tolleranza specificata per il prodotto

La necessità di impiegare le carte di controllo

Esiste un solo modo per conoscere se un processo soddisfa tutte e 4 le condizioni e se le mantiene nel tempo

UTILIZZARE LE CARTE DI CONTROLLO

Quindi se un processo opera nello stato ideale e se si vuole che continui a operare in tale stato, si devono utilizzare le carte di controllo perché queste segnalano i problemi prima che siano abbastanza gravi da causare delle non conformità nel prodotto

Lo stato LIMITE

- Il processo è SOTTO CONTROLLO
- Alcuni PRODOTTI NON CONFORMI
- si deve :
 - cambiare il processo oppure le specifiche
 - la selezione è un rimedio provvisorio
- **Le carte di controllo**
 - mantengono il processo in controllo statistico
 - misurano gli sforzi per migliorarlo

Un processo in questo stato dimostra ancora un ragionevole livello di controllo statistico anche se produce alcuni prodotti non conformi.

Se la non conformità deriva dalla cattiva centratura del processo il rimedio può essere semplice

Se la non conformità deriva da una dispersione naturale del processo che è maggiore di quella permessa dalle specifiche, o si cambiano queste o si cerca di ridurre la variabilità del processo. Le carte di controllo possono essere impiegate per ricavare queste informazioni.

La soglia del CAOS

- Il processo è FUORI CONTROLLO
- 100% di PRODOTTO CONFORME
- tutto sembra a posto
 - sono le cause specifiche a determinare ciò che uscirà dal processo
 - qualità e conformità possono cambiare in ogni momento

In questo stato il processo è fuori dal controllo statistico anche se sta fornendo prodotti conformi al 100%

- Il fatto che il processo sia fuori controllo significa che la variabilità è incostante nel tempo
- Il processo subisce delle “cause specifiche”
- Il passaggio dal 100% di prodotti conformi ad una frazione di prodotti non conformi può succedere in qualsiasi momento

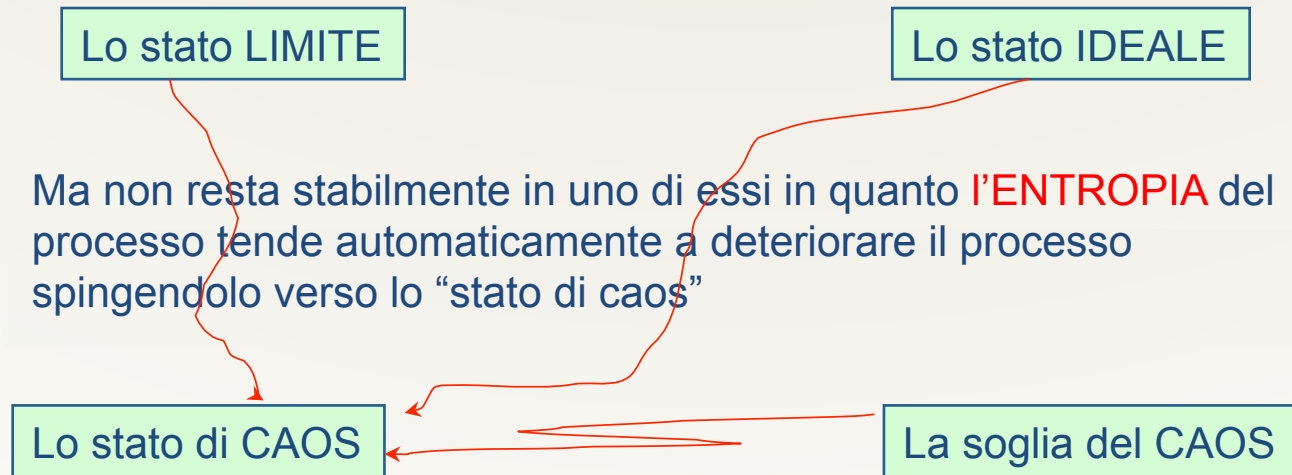
La stato di CAOS

- Il processo è FUORI CONTROLLO
- Alcuni PRODOTTI NON CONFORMI
- le “cause specifiche” guidano il processo
- fluttuazioni casuali dovute alle cause specifiche potranno frustrare i tentativi di migliorare il processo
- il solo modo per uscire dal caos è l’eliminazione delle “cause specifiche”

In questo stato il processo è fuori dal controllo statistico e sta fornendo prodotti non conformi al 100%

- Le “cause specifiche” guidano il processo

Effetto dell'Entropia



Alcuni prodotti non conformi

Prodotti conformi al 100%

L'impiego delle carte di Shewhart

Esistono 5 modi diversi:

1. Le carte d'analisi di dati storici
2. Le carte per la correzione dei processi
3. Le carte per la messa a punto dei processi
4. **Le carte per il controllo esteso**
è previsto l'uso di più carte di controllo che, contemporaneamente, seguono diverse caratteristiche fra loro collegate, allo scopo di scoprire quali sono le carte che forniscono le migliori previsioni sul processo.
5. **Le carte di controllo per il miglioramento continuo**
sono uno strumento potente per il miglioramento continuo soltanto se chi la usa è in grado di identificare e rimuovere le "cause specifiche" che provocano la variabilità incontrollata.

NORMA ITALIANA Carte di controllo di Shewhart

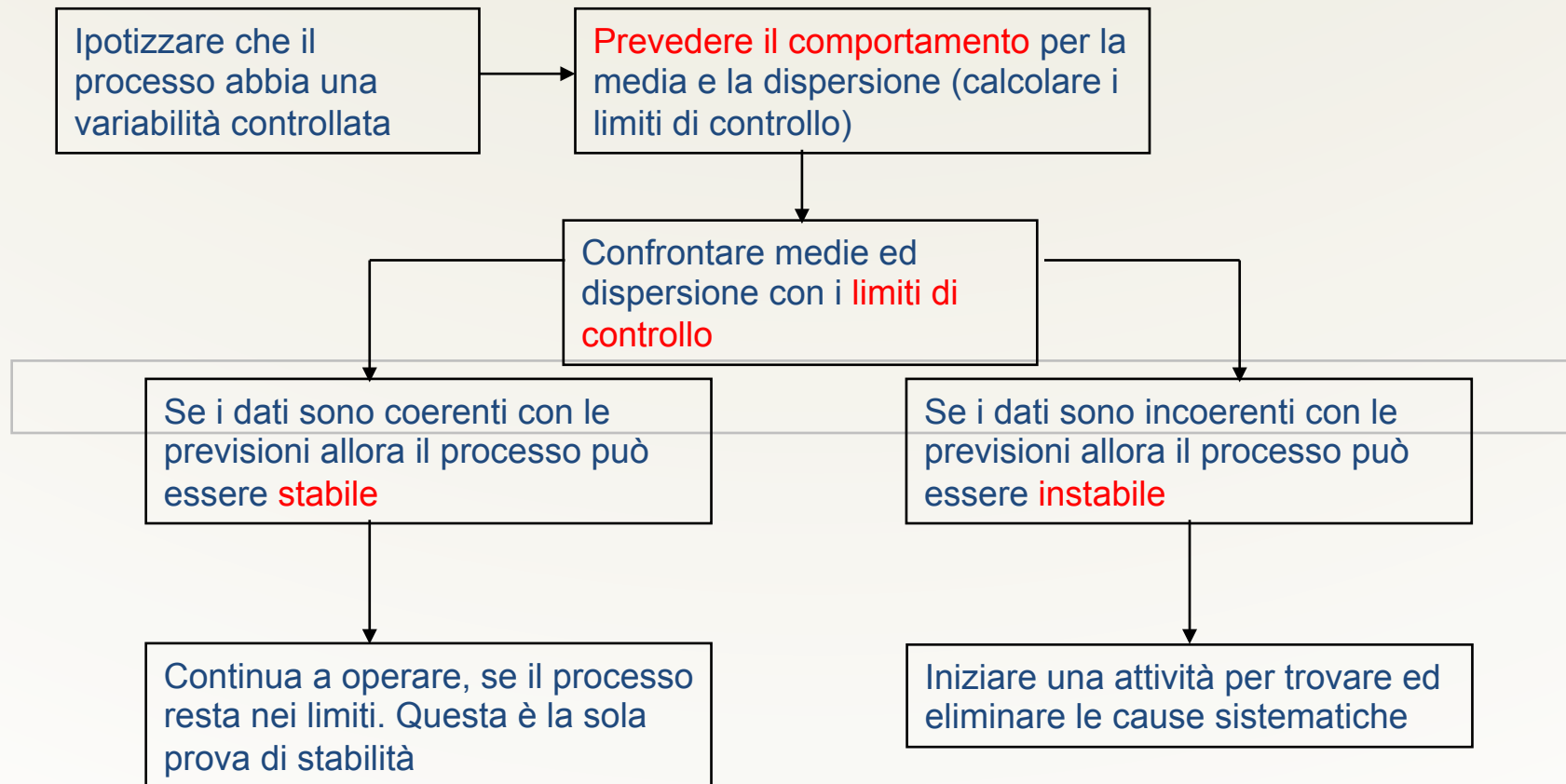
UNI ISO 8258

FW

MARZO 2004

Shewhart control charts

La logica delle carte di controllo



La forza delle carte di controllo

Per il modo stesso con cui vengono calcolati i limiti l'evidenza di una mancanza di controllo è **un'evidenza forte** che può essere tranquillamente usata come valido motivo per intervenire.

Non vi è alcun accenno al numero minimo di sottogruppi necessari per poter affermare che un punto fuori dai limiti di controllo è una indicazione chiara della presenza di variabilità specifica.

Quindi, anche se ci sono solo 2 o 3 sottogruppi, ogni punto fuori dai limiti può essere interpretato come indicatore di variabilità incontrollata.

NB. Quando i dati possono essere ottenuti facilmente prima di calcolare i limiti si raccolgono 20-30 sottogruppi;
Quando i dati sono pochi o campionati ad intervalli di tempo lunghi, si può procedere al calcolo dei limiti qualunque sia il numero dei dati disponibili.

L'impiego proposto da Shewhart di sottogruppi prelevati periodicamente, ha introdotto 2 nuove variabili: la media del gruppo e la dispersione relativa. I valori singoli servono fondamentalmente per ottenere i valori delle medie e delle dispersioni dei sottogruppi.

Carte di controllo per valori singoli

Vi sono diverse situazioni in cui la numerosità del sottogruppo è = 1

Con un solo valore non è ovviamente possibile calcolare la dispersione
quindi la stima della stabilità di breve periodo sarà ottenuta dalla
escursione mobile ricavata tra due singoli valori successivi.

PECULIARITA' DELLE CARTE DI CONTROLLO

La carta di controllo verifica se una sequenza storica di dati può essere usata come predittore per le operazioni future.

Mentre la maggior parte delle elaborazioni statistiche sono di tipo deduttivo, le carte di controllo sono sostanzialmente una tecnica inferenziale.

L'analisi deduttiva sfrutta l'interpolazione; quella induttiva l'estrapolazione

Costruire le carte correttamente

Le formule che sono utilizzate nelle carte di controllo non sono state scelte arbitrariamente ma pensate con molta ponderazione in modo da rendere le carte assai robuste.

Il concetto di robustezza è il seguente: **anche se i dati utilizzati per calcolare i limiti di controllo sono fuori controllo, i limiti ricavati sono abbastanza validi da mettere in evidenza tale mancanza di controllo.**

Questa robustezza è l'aspetto più utile nella pratica: lo scopo delle carte di controllo è di mettere in evidenza una perdita di controllo, quando questa esiste, ed esse lo fanno, nella maggior parte dei casi, anche quando i dati fuori controllo sono stati utilizzati per il calcolo dei limiti stessi.

MISURE DI LOCALIZZAZIONE

MEDIA - La media rappresenta il baricentro dei dati, cioè il loro punto di equilibrio. La media $\bar{X}$ di una serie di misure $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ è data dall'equazione (1)

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1)$$

È uno dei parametri di localizzazione più utilizzati e viene espressa nelle stesse unità di misura delle osservazioni. Il suo pregio, e talvolta anche difetto, è che risponde molto rapidamente ad eventuali dati anomali.

MEDIANA - identifica il cinquantesimo percentile, cioè il valore assunto dalla misura centrale, dopo che le misure disponibili sono state ordinate. In base alla sua definizione la mediana divide il set di dati in due metà uguali.

La mediana, che può essere determinata con facilità senza necessità di effettuare calcoli complessi, è una misura di localizzazione più stabile della media, nel senso che risponde meno e più lentamente alla presenza di dati anomali.

MISURE DI DISPERSIONE

RANGE - Il range del campione è la misura di dispersione più semplice e corrisponde alla differenza tra il valore massimo e quello minimo. E' efficiente per piccoli campioni, mentre non si dimostra molto utile per campioni numerosi.

$$R = (X_{\max} - X_{\min})$$

DEVIAZIONE STANDARD o SCARTO TIPO - è la statistica descrittiva più efficace in quanto utilizza tutta l'informazione contenuta nei dati. E' espressa nella stessa unità di misura delle osservazioni ed è calcolata in accordo alla formula (3).

$$s = \sqrt{\frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}}$$

Costruire le carte correttamente

Esempio : tre sottogruppi di numerosità = 8

Sottogruppo	Valori								Media	Escursione / Range	Scarto tipo
I	4	5	5	4	8	4	3	7	5	5	1,690
II	0	2	1	5	3	2	0	3	2	5	1,690
III	6	9	9	7	8	7	9	9	8	3	1,195

Costruire le carte correttamente

Esempio : calcolo corretto

La media generale $X_{gen} = 5,0$

L'escursione media $R_{media} = 4,333$

I limiti per le carte delle medie (per $n=8$) sono:

$$LSC_{X_{media}} = X_{gen} + A_2 R_{media} = 5,0 + 0,373 \times 4,333 = 6,62$$

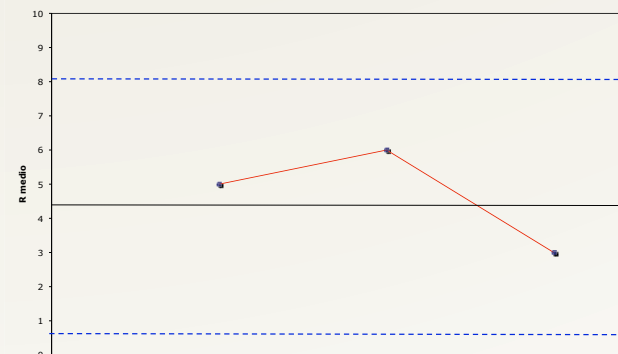
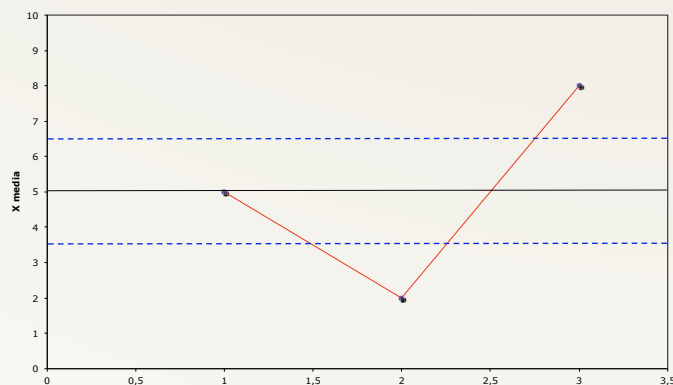
$$LIC_{X_{media}} = X_{gen} - A_2 R_{media} = 5,0 - 0,373 \times 4,333 = 3,38$$

I limiti per le carte delle escursioni (per $n=8$) sono:

$$LSC_{R_{media}} = D_4 R_{media} = 4,333 = 6,62$$

$$LIC_{R_{media}} = D_3 R_{media} = 0,136 \times 4,333 = 0,59$$

Costruire le carte correttamente



Le carte evidenziano una **manca**za di controllo indipendentemente dal fatto che i punti fuori controllo sono stati utilizzati per il calcolo dei limiti

Costruire le carte correttamente

Esempio 1: calcolo non corretto corretto - si calcola lo scarto tipo di tutti e 24 i valori

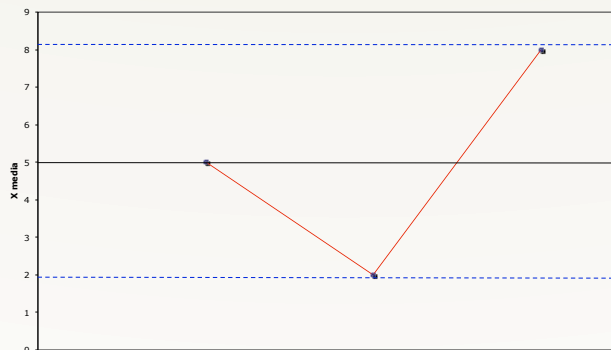
La media generale $X_{\text{gen}} = 5,0$

Lo scarto tipo della media $s = 2,904$

I limiti per le carte della media (per $n=24$) sono:

$$\text{LSC}_{X_{\text{media}}} = X_{\text{gen}} + 3 \times s / \sqrt{n} = 5,0 + 3 \times 2,904 / \sqrt{24} = 8,08$$

$$\text{LIC}_{X_{\text{media}}} = X_{\text{gen}} - 3 \times s / \sqrt{n} = 5,0 - 3 \times 2,904 / \sqrt{24} = 1,92$$



Non viene
evidenziato alcun
dato fuori
controllo

Costruire le carte correttamente

Esempio 2: calcolo non corretto corretto - si calcola lo scarto tipo delle medie dei 3 gruppi

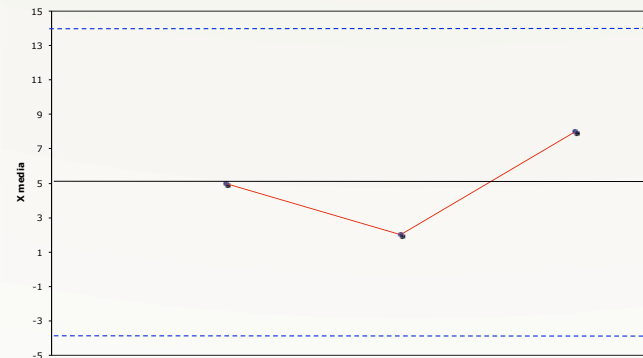
La media generale $X_{\text{gen}} = 5,0$

Lo scarto tipo delle 3 medie $s = 3,00$

I limiti per le carte della media (per $n=3$) sono:

$$LSC_{X_{\text{media}}} = X_{\text{gen}} + 3 \times s = 5,0 + 3 \times 3,00 = 14,00$$

$$LIC_{X_{\text{media}}} = X_{\text{gen}} - 3 \times s = 5,0 - 3 \times 3,00 = -4$$



Non viene
evidenziato alcun
dato fuori
controllo e i limiti
sono ancora più
ampi

I limiti di controllo

Cerchiamo di rispondere
a questa domanda

- Perché i limiti a 3 sigma?

La decisione di posizionare i limiti a 3 sigma non fu basata solo su considerazioni di probabilità teorica; a tale proposito si riportano alcune citazioni di Shewhart che dovrebbero far capire meglio la sua filosofia:

1. *Dobbiamo trovare dei limiti tali che, impiegandoli, non perdiamo troppo tempo a cercare dei problemi inesistenti;*
2. *La linea di attacco consiste nel trovare dei limiti alla variabilità...tali che, quando si trova un'osservazione fuori da tali limiti, la cosa più ragionevole da fare sia la ricerca di una causa specifica;*
3. *L'esperienza empirica indica che $t=3$ sembra essere un valore economicamente accettabile*

I limiti a 3 sigma non sono perciò limiti probabilistici

Regola empirica

Dato un insieme omogeneo di dati:

1. **Parte prima** - all'incirca dal 60% al 75% dei dati si troverà in un intervallo simmetrico rispetto alla media di ± 1 sigma ;
2. **Parte seconda** - all'incirca dal 90% al 98% dei dati si troverà in un intervallo simmetrico rispetto alla media di ± 2 sigma;
3. **Parte terza** - all'incirca dal 99% al 100% dei dati si troverà in un intervallo simmetrico rispetto alla media di ± 3 sigma

N.B. la regola empirica non prevede che la distribuzione sia gaussiana ed essendo una regola sufficientemente empirica si può applicare a diverse distribuzioni di dati

Regola empirica

Per dimostrare la robustezza della regola empirica vengono presi in considerazione sei modelli matematico-statistici tutti con $\mu(X)=0$ e $\sigma(X)=1$. Le percentuali della regola empirica corrispondono alla frazione di area sottesa dalla curva tra ± 1 sigma, ± 2 sigma, ± 3 sigma

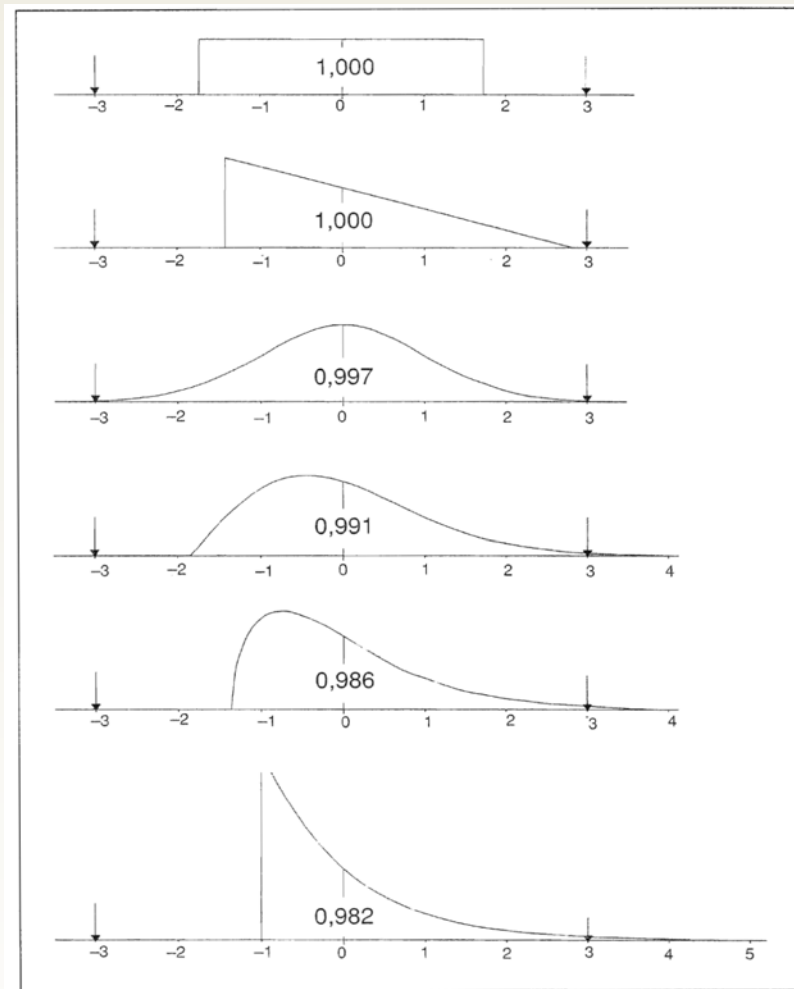


Fig. 4.6 - Parte terza della regola empirica

Regola empirica

Si osserva che:

- la prima parte della regola empirica è la più debole in quanto solo 4 delle 6 distribuzioni rispondono alla percentuale espressa dalla regola.
- La seconda parte è già più robusta della prima in quanto solo 1 delle 6 distribuzioni non risponde alla percentuale espressa dalla regola.
- La terza parte è la più robusta in quanto tutte le distribuzioni rientrano nell'intervallo $\pm$ scarti tipo della media.

Quando applicata ad un insieme omogeneo di dati, la terza parte della regola empirica suggerisce che non ha grande importanza il tipo di distribuzione dei dati in quanto praticamente tutti rientrano nell'intervallo dei ± 3 sigma.

Poiché i dati che sono in controllo statistico sono anche ragionevolmente omogenei la regola empirica offre una spiegazione del perché le carte di controllo forniscono pochissimi “falsi positivi”.

Cosa fare se i dati non sono distribuiti normalmente?

Per molte persone che impiegano le carte di controllo questo è un problema importante in quanto ritengono questa *non normalità* un ostacolo all'impiego delle carte di controllo.

Sono state perciò elaborate procedure complesse per verificare la normalità della distribuzione o per farla diventare normale (ad es. test del Chi-quadro o trasformazione logaritmica)

Vediamo cosa pensano Shewhart e Deming “...*questi rituali sono più complessi della stessa carta di controllo, ma almeno questa complessità dà l'impressione di un lavoro accurato, anche quando è solo una sciocchezza...*”.

Perché?

Il tipo di distribuzione

L'ipotesi che i dati siano distribuiti normalmente, influenza le carte di controllo attraverso le costanti presenti nelle formule per il calcolo dei limiti, costanti che sono state calcolate a partire da una distribuzione gaussiana.

Irving Burr ha esaminato **26 diverse distribuzioni non normali** ed ha trovato che **A_2** varia mediamente del **2%** e **D_4** meno del **6%**. Per osservare delle differenze di questo ordine di grandezza si dovrebbero calcolare i limiti con almeno 150 sottogruppi di numerosità $n=5$.

Fate un po' voi!

Chi fosse interessato a verificare le simulazioni matematiche per 6 distribuzioni (rettangolare, triangolare a destra, gaussiana, di Burr, Chi-quadro con 2 gradi di libertà, esponenziale negativa, consulti il testo di Donald J. Wheeler " Il controllo statistico dei processi" di Franco Angeli.

DONALD J. WHEELER
DAVID S. CHAMBERS

IL CONTROLLO STATISTICO DEI PROCESSI

Le carte di controllo

Che cosa sono ?

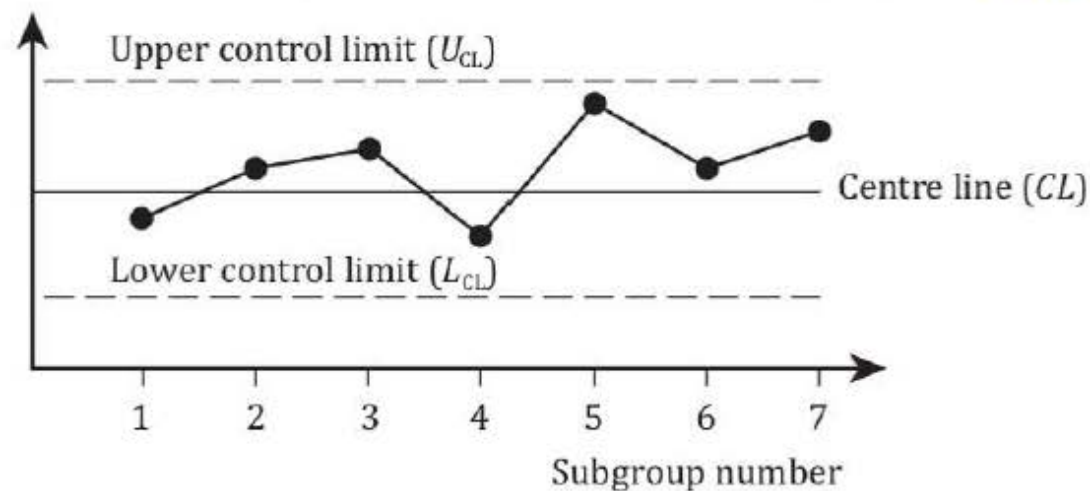
Uno strumento statistico per lo studio ed il controllo di processi ripetitivi

A che cosa servono ?

Al mantenimento del controllo statistico del procedimento analitico

Le carte di controllo

The control chart has two statistically determined limit lines, one on either side of the centre line, which are called the upper control limit (U_{CL}) and the lower control limit (L_{CL}) (see [Figure 1](#)).



Le carte di controllo

Table 1 — Control limit formulae for Shewhart variables control charts

Statistic	Estimated control limits		Pre-specified control limits	
	Centre line	U_{CL} and L_{CL}	Centre line	U_{CL} and L_{CL}
$\bar{X}$	$\bar{X}$	$\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R}$ or $\bar{\bar{X}} \pm A_3 \bar{s}$	μ_0	$\mu_0 \pm A\sigma_0$
R	$\bar{R}$	$D_4 \bar{R}, D_3 \bar{R}$	$d_2 \sigma_0$	$D_2 \sigma_0, D_1 \sigma_0$
s	$\bar{s}$	$B_4 \bar{s}, B_3 \bar{s}$	$c_4 \sigma_0$	$B_6 \sigma_0, B_5 \sigma_0$
NOTE μ_0 and σ_0 are pre-specified values.				

Table 2 — Factors for computing control chart lines

Observations in sub-groups of size n	Factors for control limits											Factors for centre line	
	$\bar{X}$ Chart			s Chart				R Chart *				Using s^*	Using R^*
	A	A ₂	A ₃	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	C ₄	d ₂
2	2,121	1,880	2,659	–	3,267	–	2,606	–	3,686	–	3,267	0,7979	1,128
3	1,732	1,023	1,954	–	2,568	–	2,276	–	4,358	–	2,575	0,8862	1,693
4	1,500	0,729	1,628	–	2,266	–	2,088	–	4,698	–	2,282	0,9213	2,059
5	1,342	0,577	1,427	–	2,089	–	1,964	–	4,918	–	2,114	0,9400	2,326
6	1,225	0,483	1,287	0,030	1,970	0,029	1,874	–	5,079	–	2,004	0,9515	2,534
7	1,134	0,419	1,182	0,118	1,882	0,113	1,806	0,205	5,204	0,076	1,924	0,9594	2,704
8	1,061	0,373	1,099	0,185	1,815	0,179	1,751	0,388	5,307	0,136	1,864	0,9650	2,847
9	1,000	0,337	1,032	0,239	1,761	0,232	1,707	0,547	5,394	0,184	1,816	0,9693	2,970
10	0,949	0,308	0,975	0,284	1,716	0,276	1,669	0,686	5,469	0,223	1,777	0,9727	3,078
11	0,905	0,285	0,927	0,321	1,679	0,313	1,637	0,811	5,535	0,256	1,744	0,9754	3,173
12	0,866	0,266	0,886	0,354	1,646	0,346	1,610	0,923	5,594	0,283	1,717	0,9776	3,258
13	0,832	0,249	0,850	0,382	1,618	0,374	1,585	1,025	5,647	0,307	1,693	0,9794	3,336
14	0,802	0,235	0,817	0,406	1,594	0,399	1,563	1,118	5,696	0,328	1,672	0,9810	3,407
15	0,775	0,223	0,789	0,428	1,572	0,421	1,544	1,203	5,740	0,347	1,653	0,9823	3,472
16	0,750	0,212	0,763	0,448	1,552	0,440	1,526	1,282	5,782	0,363	1,637	0,9835	3,532
17	0,728	0,203	0,739	0,466	1,534	0,458	1,511	1,356	5,820	0,378	1,622	0,9845	3,588
18	0,707	0,194	0,718	0,482	1,518	0,475	1,496	1,424	5,856	0,391	1,609	0,9854	3,640
19	0,688	0,187	0,698	0,497	1,503	0,490	1,483	1,489	5,889	0,404	1,596	0,9862	3,689
20	0,671	0,180	0,680	0,510	1,490	0,504	1,470	1,549	5,921	0,415	1,585	0,9869	3,735
21	0,655	0,173	0,663	0,523	1,477	0,516	1,459	1,606	5,951	0,425	1,575	0,9876	3,778
22	0,640	0,167	0,647	0,534	1,466	0,528	1,448	1,660	5,979	0,435	1,567	0,9882	3,819
23	0,626	0,162	0,633	0,545	1,455	0,539	1,438	1,711	6,006	0,443	1,557	0,9887	3,858
24	0,612	0,157	0,619	0,555	1,445	0,549	1,429	1,759	6,032	0,452	1,548	0,9892	3,895
25	0,600	0,153	0,606	0,565	1,435	0,559	1,420	1,805	6,056	0,459	1,541	0,9896	3,931

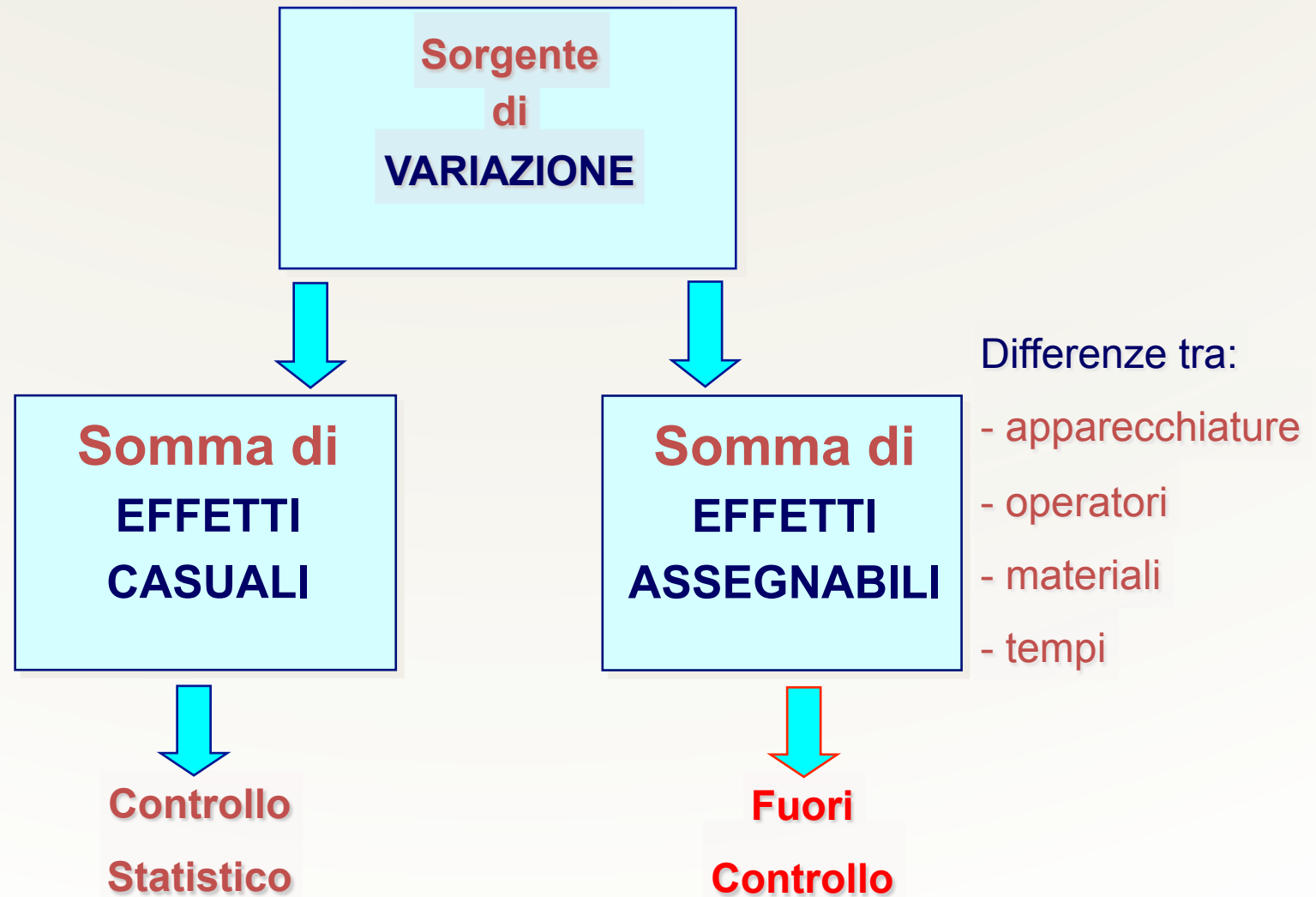
* Not recommended for sample size $n > 10$.

Le carte di controllo

Table 3 — Control limit formulae for control charts for individuals

Statistic	Estimated control limits		Pre-specified control limits	
	Centre line	U_{CL} and L_{CL}	Central line	U_{CL} and L_{CL}
Individual, X	$\bar{X}$	$\bar{X} \pm 2,660\bar{R}_m$	μ_0	$\mu_0 \pm 3\sigma_0$
Moving Range, R_m	$\bar{R}_m$	$3,267\bar{R}_m \quad 0$	$1,128\sigma_0$	$3,686\sigma_0 \quad 0$
NOTE 1 μ_0 and σ_0 are pre-specified values				
NOTE 2 $\bar{R}_m$ denotes the average of moving ranges of 2 observations.				

Cause di variazione della qualità di un processo

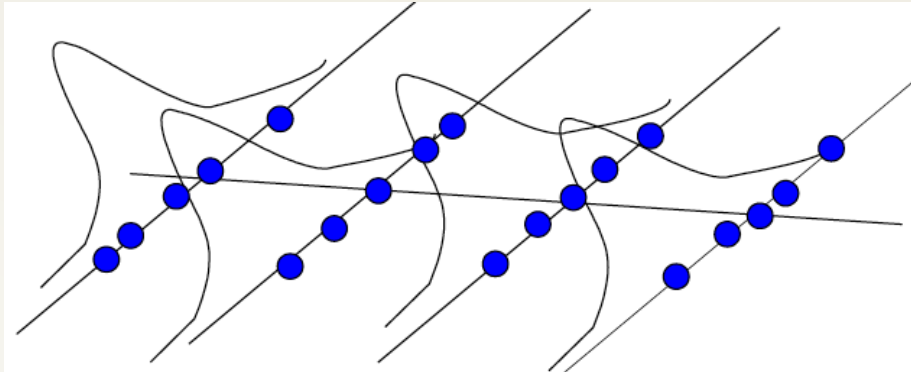


La qualità del dato analitico

National Bureau of Standard (U.S.) – [NIST]:

“until a measurement system has attained a state of statistical control, it cannot be assumed as measuring anything”

Un processo analitico è sotto controllo statistico quando gruppi di analisi replicate risultano essere variabili casuali appartenenti ad una sola popolazione stabile nel tempo.



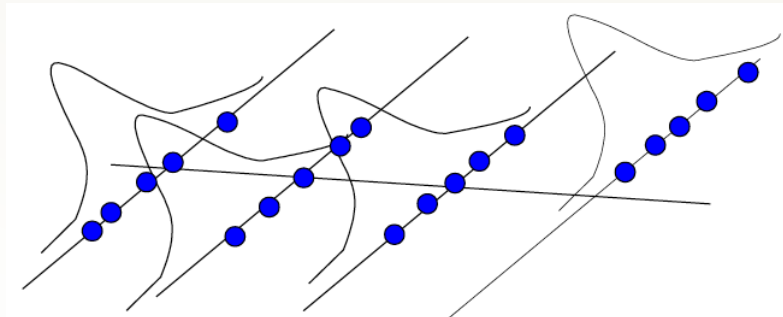
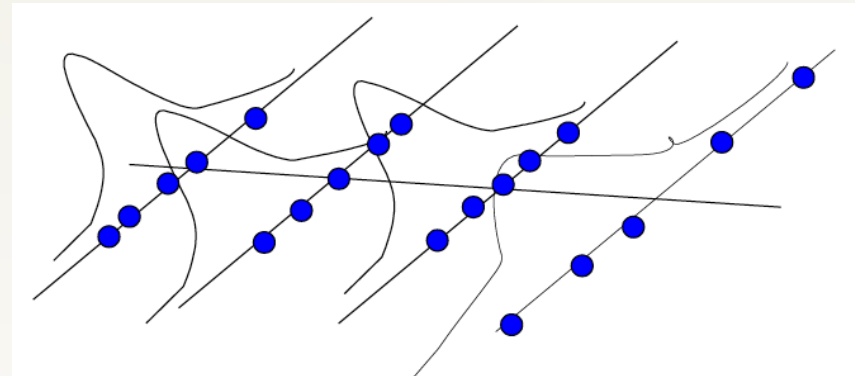
CASO A

Valori medi e dispersioni coerenti

CASO B

Valori medi coerenti

Dispersione anomala



CASO C

Valore medio anomalo

Dispersioni coerenti

PREMESSA:

Per la costruzione e la gestione delle carte di controllo è indispensabile disporre di campioni di riferimento

- Stabili
- Omogenei
- Parametro di interesse collocato a livello significativo
- Quantità “sufficientemente” larga

LE CARTE DI CONTROLLO

Le carte di controllo utilizzabili sono:

La carta dei Range



R-Chart

La carta degli Scarti



S-Chart

La carta delle Medie

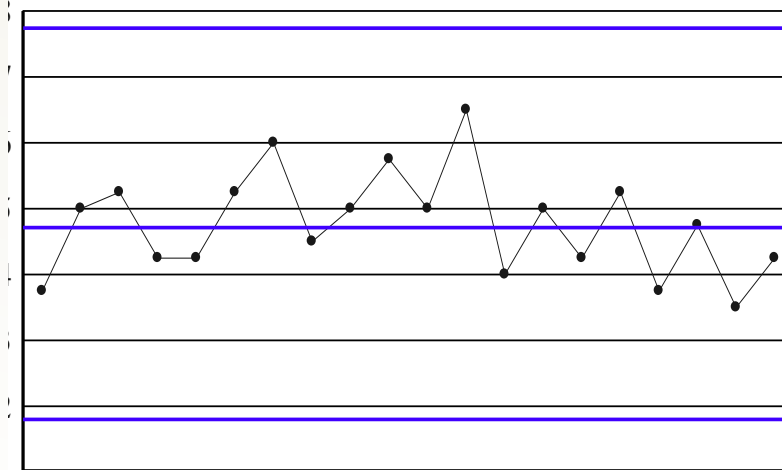


X-Chart

Variabilità
processo

Centratura
processo

Carattere
del
gruppo



UCL

VALORE
CENTRALE

LCL

gruppo

IMPOSTAZIONE DELLA CARTA DI CONTROLLO SPERIMENTAZIONE PRELIMINARE

k \ n	x_1	x_2	x_3	x_4	Media $\bar{x}$	Range R
1	1	4	6	4	3,75	5
2	3	7	5	5	5,00	4
3	4	5	5	7	5,25	3
4	6	2	4	5	4,25	4
5	1	6	7	3	4,25	6
6	8	3	6	4	5,25	5
7	7	5	6	6	6,00	2
8	5	3	4	6	4,50	3
9	4	5	9	2	5,00	7
10	7	5	6	5	5,75	2
11	4	5	6	5	5,00	2
12	6	7	8	5	6,50	3
13	3	3	7	3	4,00	4
14	6	3	2	9	5,00	7
15	7	3	4	3	4,25	4
16	6	4	6	5	5,25	2
17	5	5	0	5	3,75	5
18	6	4	6	3	4,75	3
19	6	4	4	0	3,50	6
20	6	2	5	4	4,25	4

Costruzione delle carte di controllo

X - chart

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k x_{ij}}{kn}$$

$$\bar{\bar{X}} \pm 3 \cdot s(\bar{x})$$

$$s(\bar{x}) = s(x) / \sqrt{n}$$

$$s(x) = \bar{R} / d_2$$

$$s(\bar{x}) = \bar{R} / (d_2 \cdot \sqrt{n})$$

$$s(R) = d_3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2}$$

R - chart

$$\bar{R} = \frac{\sum_{j=1}^k R}{k}$$

$$\bar{R} \pm 3 \cdot s(R)$$

n = n° di repliche di ciascun gruppo
 k = n° dei gruppi

n	d_2	d_3
2	1,128	0,853
3	1,693	0,888
4	2,059	0,880
5	2,326	0,864

Costruzione delle carte di controllo

X - chart

$$\bar{\bar{X}} \pm 3 \cdot s(\bar{x})$$

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \cdot \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + a_2 \cdot \bar{R}$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} - 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2 \cdot \sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - a_2 \cdot \bar{R}$$

$$a_2 = \frac{3}{d_2 \cdot \sqrt{n}}$$

R - chart

$$\bar{R} \pm 3 \cdot s(R)$$

$$UCL_{\bar{R}} = \bar{R} + 3 \cdot \frac{d_3 \bar{R}}{d_2} = D_4 \cdot \bar{R}$$

$$LCL_{\bar{R}} = \bar{R} - 3 \cdot \frac{d_3 \bar{R}}{d_2} = D_3 \cdot \bar{R}$$

$$D_4 = 1 + \frac{3d_3}{d_2}$$

✖ Impossibile visualizzare l'immagine. La memoria del computer potrebbe essere insufficiente per aprire l'immagine oppure l'immagine potrebbe essere danneggiata. Riavviare il computer e aprire di nuovo il file. Se viene visualizzata di nuovo la x rossa, potrebbe essere necessario eliminare l'immagine e inserirla di nuovo.

Esempio 1 – Soluzione di Cd⁺⁺ in acqua

k \ n	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	$\bar{x}$	Range
1	1	4	6	4	3,75	5
2	3	7	5	5	5,00	4
3	4	5	5	7	5,25	3
4	6	2	4	5	4,25	4
5	1	6	7	3	4,25	6
6	8	3	6	4	5,25	5
7	7	5	6	6	6,00	2
8	5	3	4	6	4,50	3
9	4	5	9	2	5,00	7
10	7	5	6	5	5,75	2
11	4	5	6	5	5,00	2
12	6	7	8	5	6,50	3
13	3	3	7	3	4,00	4
14	6	3	2	9	5,00	7
15	7	3	4	3	4,25	4
16	6	4	6	5	5,25	2
17	5	5	0	5	3,75	5
18	6	4	6	3	4,75	3
19	6	4	4	0	3,50	6
20	6	2	5	4	4,25	4

$$\bar{\bar{X}} = 4,763 \quad \bar{\bar{R}} = 4,05$$

$$s(x) = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{4,05}{2,06} = 1,97$$

$$s(\bar{x}) = \frac{\bar{R}}{d_2 \cdot \sqrt{n}} = \frac{1,97}{2} = 0,98$$

$$s(R) = \frac{d_3 \cdot \bar{R}}{d_2} = 1,73$$

Esempio 1: Risultati

$$UCL_{\bar{X}} = 4,763 + 3 \cdot 0,984 = 7,715$$

$$CL_{\bar{X}} = 4,763$$

$$LCL_{\bar{X}} = 4,763 - 3 \cdot 0,984 = 1,811$$

$$UCL_R = 4,05 + 3 \cdot 1,731 = 9,243$$

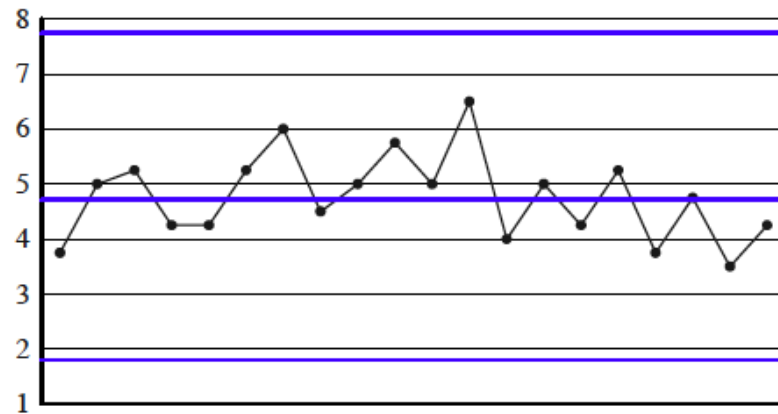
$$CL_R = 4,05$$

$$LCL_R = 4,05 - 3 \cdot 1,731 = -1,143$$

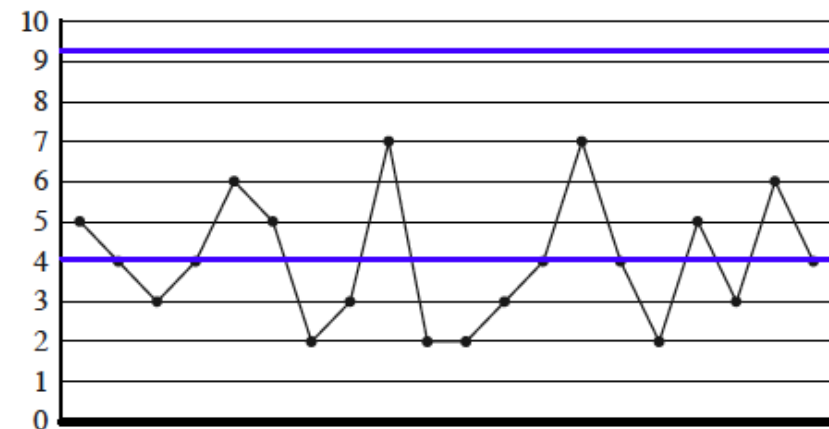
Essendo negativo il limite di controllo inferiore dei R, esso viene posto uguale a 0.

Esempio 1: Risultati

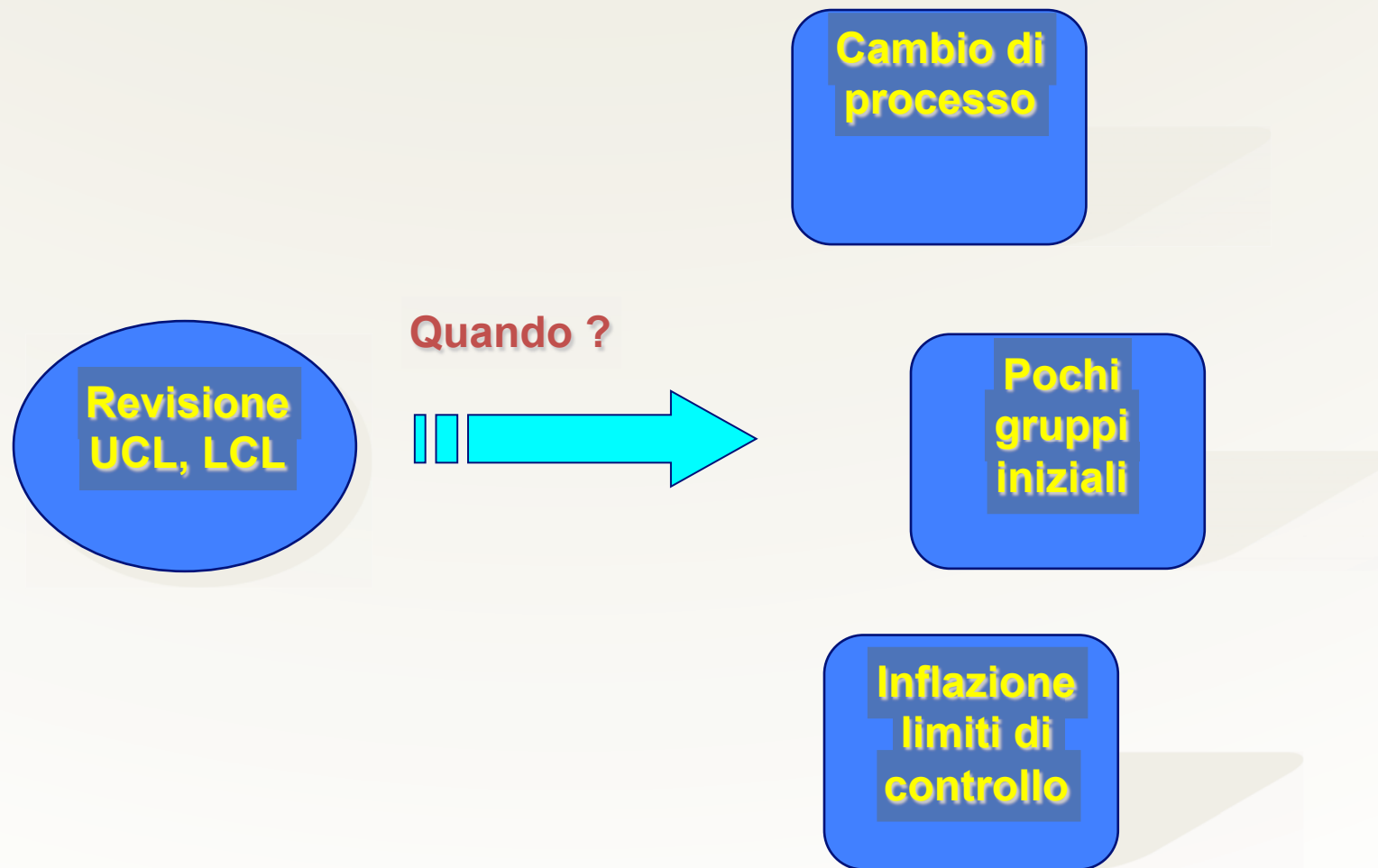
Carta di controllo del valor medio



Carta di controllo del range



REVISIONE DEI LIMITI DI CONTROLLO



quando i limiti di controllo vengono calcolati la prima volta si dovrebbe controllare un'eventuale loro gonfiatura (**inflazione**) dovuta ad un range medio basato su dati inconsistenti. Se i limiti sono inflazionati, allora loro revisione è opportuna.

Processo fuori controllo: Run Tests

Sono test basati sull'analisi di andamenti sistematici:

**9 gruppi consecutivi
sopra o sotto la
linea centrale**

Modifica
della media

**6 gruppi consecutivi
monotonamente
crescenti/decrescenti**

Deriva della
media

**14 gruppi consecutivi
alternativamente
sopra/sotto**

Due effetti
assegnabili
alternanti

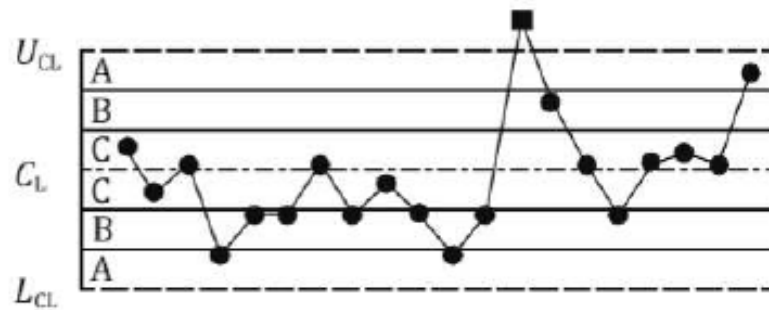
**2 gruppi su 3 sono
nella zona A**

**4 gruppi su 5 sono
nella zona B od oltre**

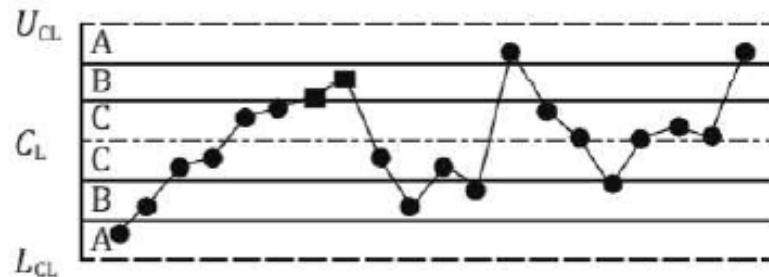
“Early warning”
modifica della
media

Zona C = ± 1 Scarto tipo
Zona B = ± 2 Scarto tipo
Zona A = ± 3 Scarto tipo

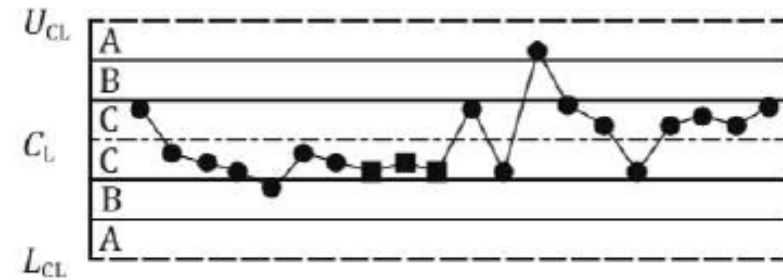
Le carte di controllo



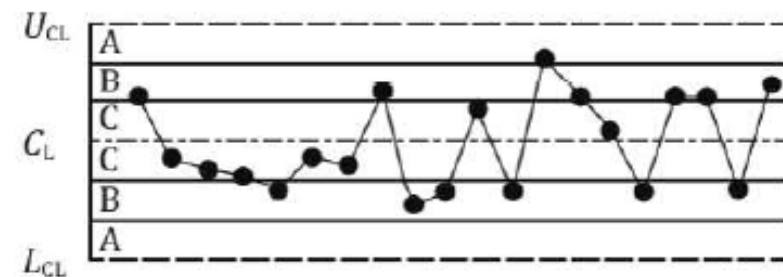
Test 1: One or more points are beyond zone A (outside the control limits)



Test 3: Trend – seven consecutive points entirely increasing or decreasing



Test 2: Run – seven or more consecutive points on one side of centre line



Test 4: Any obvious nonrandom patterns

Figure 3 — Examples of pattern tests for assignable causes

Esempio 2: contenuto di silicio in campioni metallici

k \ n	x ₁	x ₂	x ₃	$\bar{x}$	R
1	144	80	72	98,67	72
2	150	101	97	116,00	53
3	180	106	112	132,67	74
4	193	95	126	138,00	98
5	210	90	132	144,00	120
6	225	107	144	158,67	118
7	235	127	156	172,67	108
8	233	142	163	179,33	91
9	228	159	170	185,67	69
10	198	167	181	182,00	31
11	190	178	180	182,67	12
12	178	199	202	193,00	24
13	168	181	250	199,67	82
14	137	173	205	171,67	68
15	121	163	175	153,00	54
16	116	158	157	143,67	42
17	85	147	148	126,67	63
18	65	134	140	113,00	75
19	88	128	157	124,33	69
20	111	113	139	121,00	28
21	120	104	121	115,00	17
22	138	113	131	127,33	25
23	160	122	125	135,67	38
24	179	108	111	132,67	71
25	200	135	118	151,00	82
26	245	145	115	168,33	130
27	248	158	92	166,00	156
28	211	133	99	147,67	112
29	201	125	79	135,00	122
30	155	112	111	126,00	44
31	145	105	127	125,67	40
32	102	95	135	110,67	40
33	83	63	130	92,00	67

$$\bar{\bar{X}} = 144,5; \quad \bar{R} = 69,5$$

$$UCL_{\bar{x}} = 144,5 + 1,023 \cdot 69,5 = 215,6$$

$$LCL_{\bar{x}} = 144,5 - 1,023 \cdot 69,5 = 73,4$$

$$CL_{\bar{x}} = 144,5$$

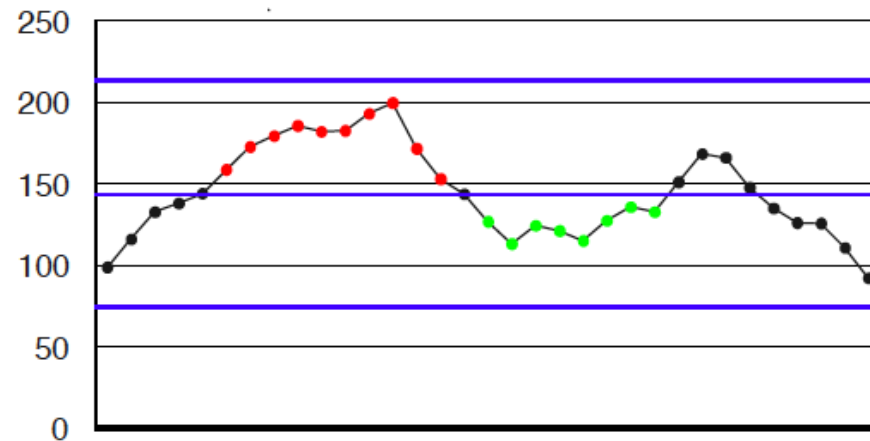
$$UCL_R = 2,574 \cdot 69,5 = 178,9$$

$$CL_R = 69,5$$

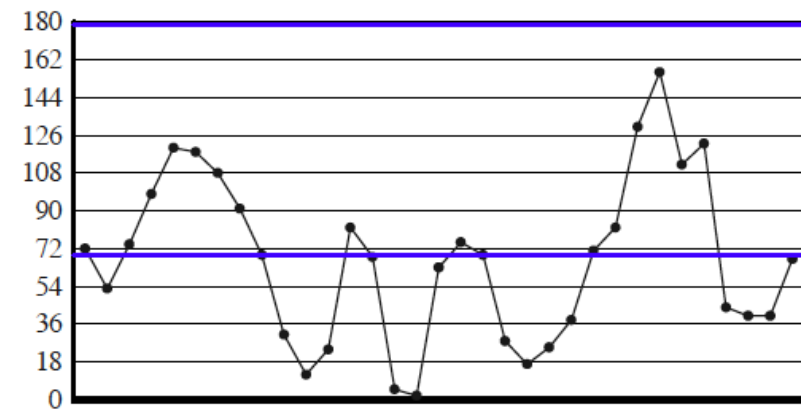
non esiste limite inferiore per R.

Esempio 2: contenuto di silicio

Carta di controllo del valor medio



Carta di controllo del range

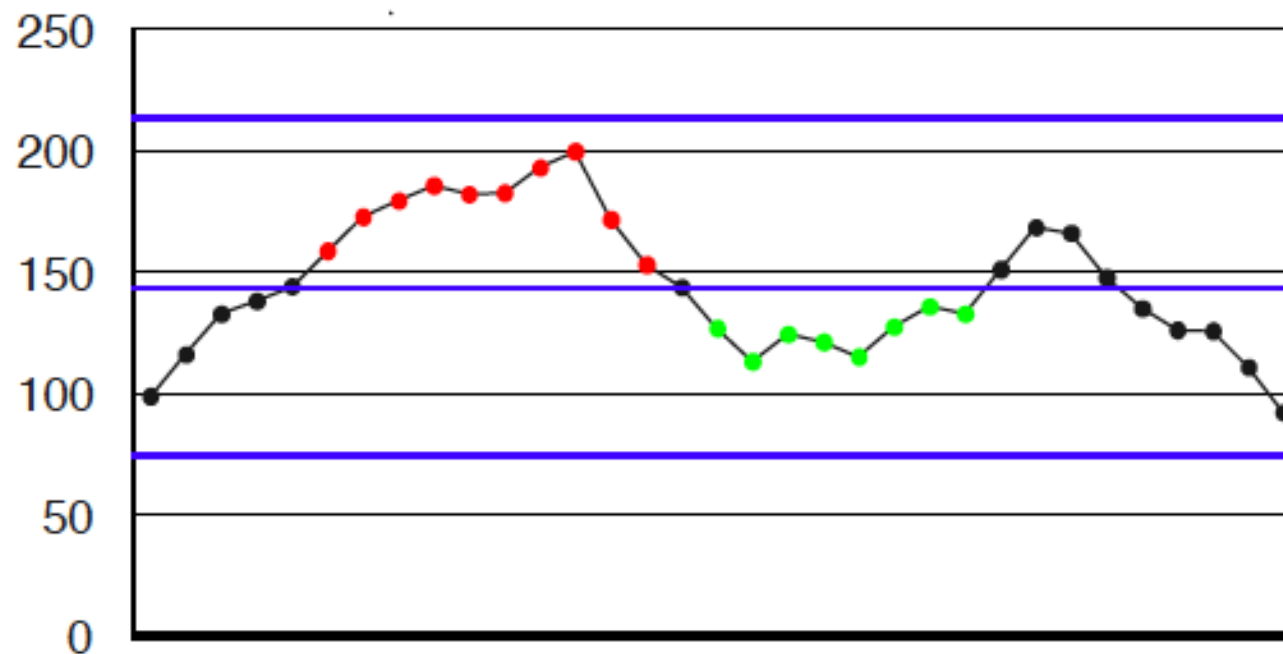


Esempio 2: contenuto di silicio

Run Tests

9 gruppi consecutivi sopra o sotto la linea centrale

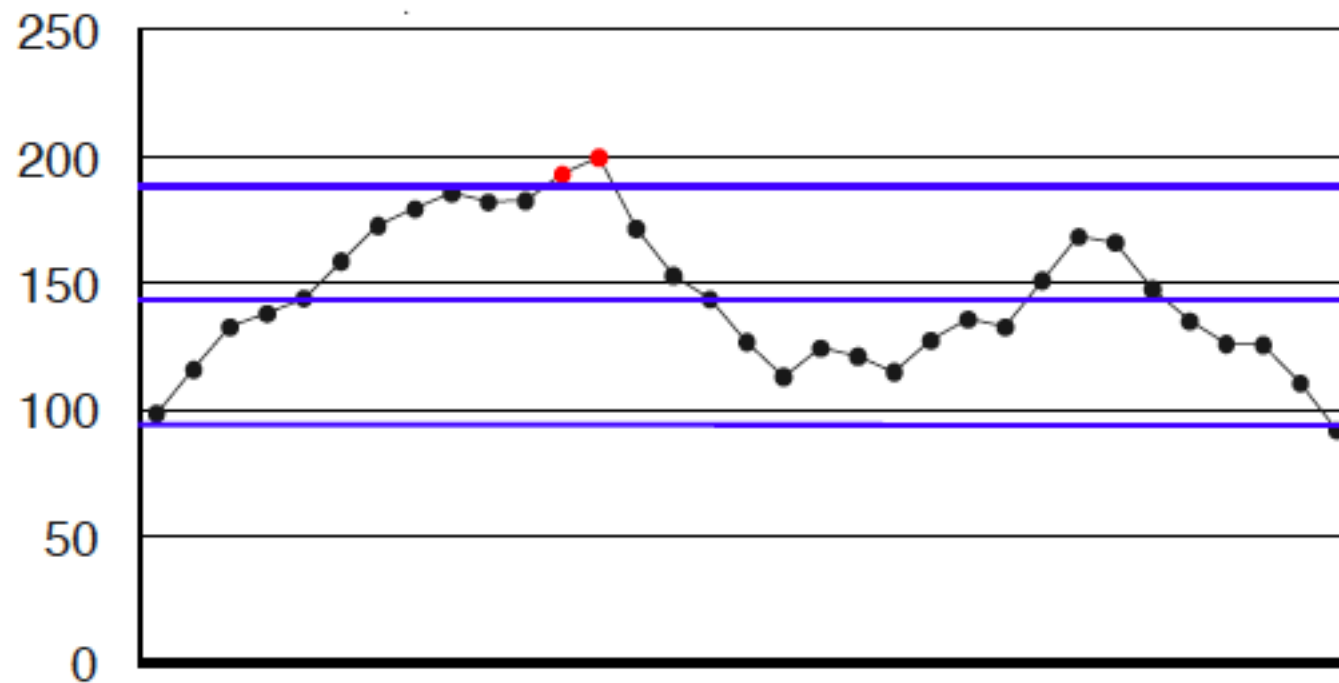
Carta di controllo del valor medio



Esempio 2: contenuto di silicio

Run Tests

Carta di controllo del valor medio

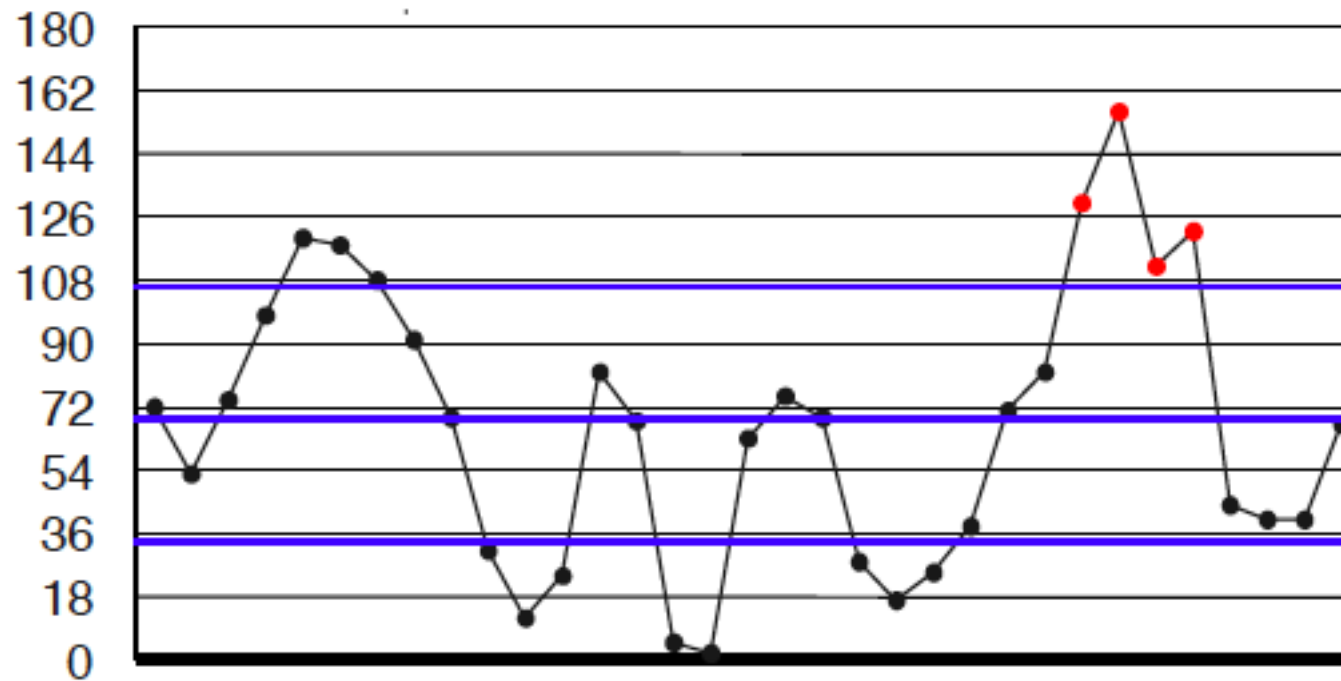


Esempio 2: contenuto di silicio

Run Tests

4 gruppi su 5 sono nella zona B od oltre

Carta di controllo del range



Carte di controllo per singole osservazioni

L'analisi è troppo laboriosa per creare sottogruppi

X - chart

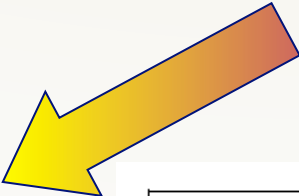
$$\bar{\bar{X}} \pm 3 \cdot s(\bar{x})$$

$$s(\bar{x}) = \frac{\bar{R}}{d_2 \cdot \sqrt{n}}$$

$$n = 1$$

$$s(\bar{x}) = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Il range medio è calcolato in base ai range ottenuti da due osservazioni successive (range mobile).



	Linea centrale	UCL ed LCL
Carta delle medie	$\bar{X}$	$\bar{X} \pm 3 \cdot \frac{\bar{R}}{d_2}$
Carta dei range	$\bar{R}$	$D_4 R, D_3 R$
d_2, D_3, D_4 hanno i valori corrispondenti ad $n = 2$		

Esempio 3: carte per singole osservazioni

N.	X	Rm
1	905	-
2	930	25
3	865	65
4	895	30
5	905	10
6	885	20
7	890	5
8	930	40
9	915	15
10	910	5
11	920	10
12	915	5
13	925	10
14	860	65
15	905	45
16	925	20
17	925	0
18	905	20
19	915	10
20	930	15
21	890	40
22	940	50

23	860	80
24	875	15
25	985	110
26	970	15
27	940	30
28	975	35
29	1000	25
30	1035	35
31	1020	15
32	985	35
33	960	25
34	945	15
35	965	20
36	940	25
37	900	40
38	920	20
39	980	60
40	950	30
41	955	5
42	970	15
43	970	0
44	1035	65
45	1040	5

$$\bar{\bar{X}} = 936,9 \quad \bar{\bar{R}} = 27,84$$

$$s(\bar{x}) = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{27,84}{1,128} = 24,68$$

$$s(R) = \frac{d_3 \cdot \bar{R}}{d_2}$$

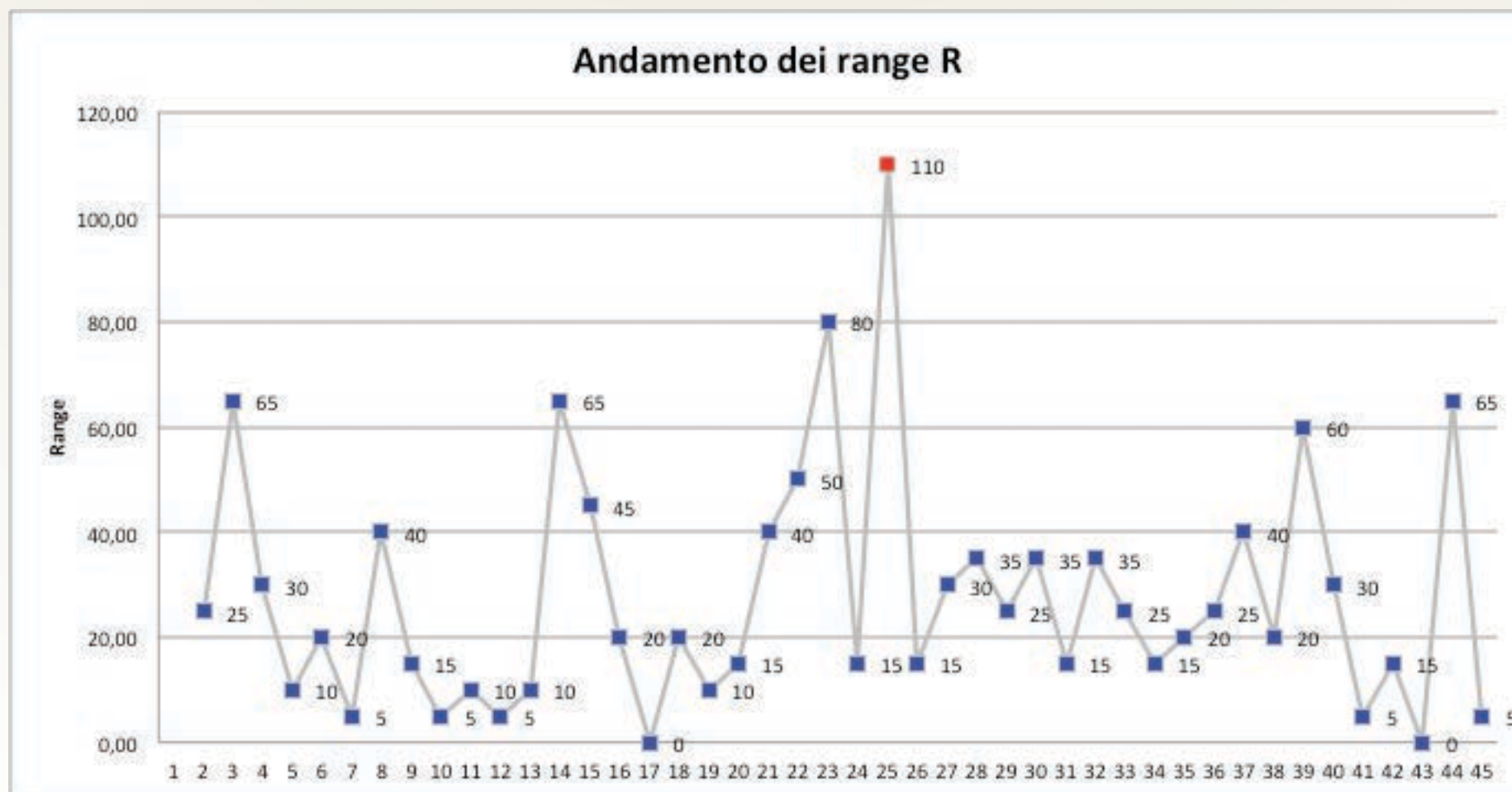
$$s(R) = 0,853 \cdot 24,68 = 21,05$$

$d_3; d_2 =$ Valori tabulati per $n = 2$

Esempio 3: carte per singole osservazioni



Esempio 3: carte per singole osservazioni

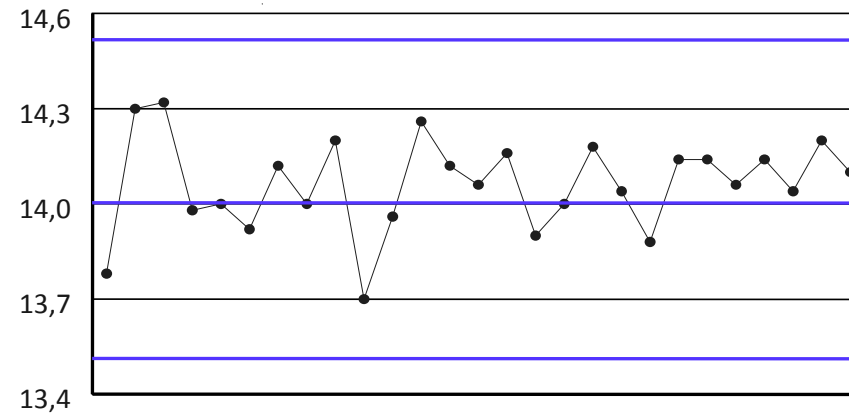


Tab. A - Effetto della minima unita' di misura discriminabile

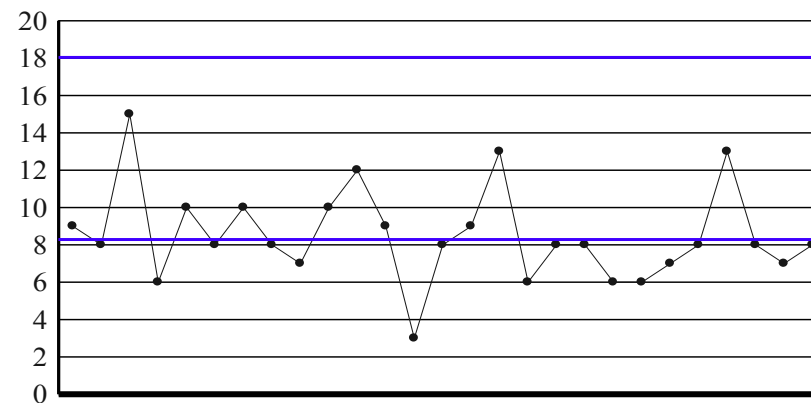
k \ n	x₁	x₂	x₃	x₄	x₅	media	range
1	14,0	14,3	13,7	13,4	13,5	13,78	0,9
2	13,8	14,3	14,3	14,5	14,6	14,30	0,8
3	13,8	13,4	14,7	14,8	14,9	14,32	1,5
4	14,3	14,1	13,7	13,8	14,0	13,98	0,6
5	14,2	14,2	14,5	13,5	13,6	14,00	1,0
6	13,6	14,4	14,3	13,6	13,7	13,92	0,8
7	14,2	14,7	13,7	14,2	13,8	14,12	1,0
8	14,3	13,7	14,5	13,7	13,8	14,00	0,8
9	14,1	14,2	14,7	14,0	14,0	14,20	0,7
10	14,2	13,7	13,4	14,0	13,2	13,70	1,0
11	13,7	14,7	14,2	13,7	13,5	13,96	1,2
12	13,7	14,6	14,2	14,2	14,6	14,26	0,9
13	14,2	14,2	13,9	14,1	14,2	14,12	0,3
14	13,7	14,5	14,4	13,7	14,0	14,06	0,8
15	14,4	14,2	14,3	13,5	14,4	14,16	0,9
16	13,3	13,2	14,4	14,5	14,1	13,90	1,3
17	13,7	13,7	14,2	14,3	14,1	14,00	0,6
18	13,7	14,2	14,2	14,5	14,3	14,18	0,8
19	14,2	14,2	14,3	14,0	13,5	14,04	0,8
20	13,6	14,2	14,0	13,9	13,7	13,88	0,6
21	14,2	14,4	14,0	13,8	14,3	14,14	0,6
22	13,9	14,6	14,3	14,0	13,9	14,14	0,7
23	14,0	14,5	14,2	13,9	13,7	14,06	0,8
24	13,4	14,7	14,3	14,1	14,2	14,14	1,3
25	13,8	14,5	14,1	13,7	14,1	14,04	0,8
26	14,0	14,5	14,3	14,4	13,8	14,20	0,7
27	14,5	14,5	13,7	13,8	14,0	14,10	0,8

Effetto della minima unità di misura discriminabile

Carta di controllo del valor medio



Carta di controllo del range

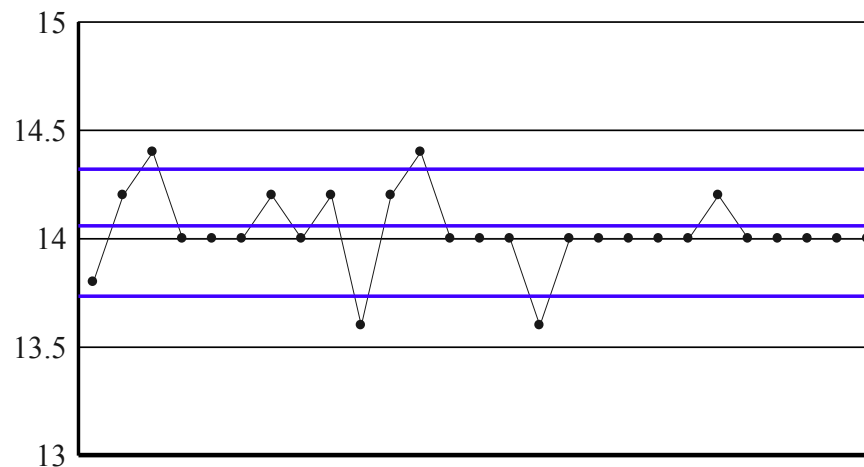


Tab. B - Effetto della minima unita' di misura discriminabile

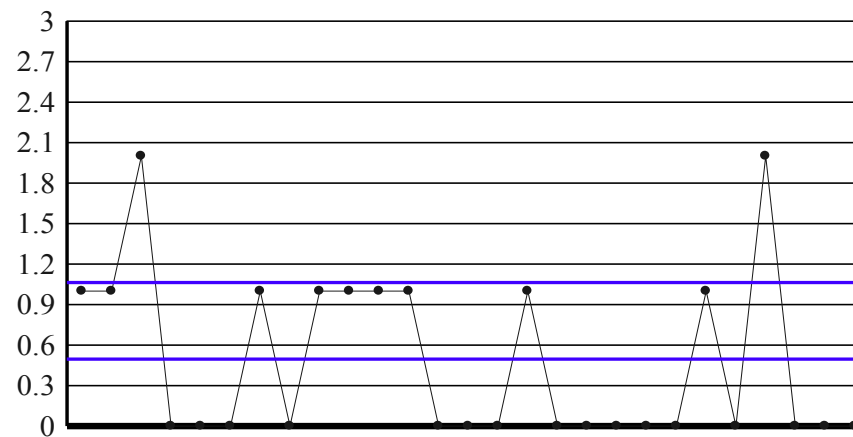
k \ n	x₁	x₂	x₃	x₄	x₅	media	range
1	14	14	14	13	13	13,8	1
2	14	14	14	14	15	14,2	1
3	14	13	15	15	15	14,4	2
4	14	14	14	14	14	14,0	0
5	14	14	14	13	14	14,0	0
6	14	14	14	14	14	14,0	0
7	14	15	14	14	14	14,2	1
8	14	14	14	14	14	14,0	0
9	14	14	15	14	14	14,2	1
10	14	14	13	14	13	13,6	1
11	14	15	14	14	13	14,2	1
12	14	15	14	14	15	14,4	1
13	14	14	14	14	14	14,0	0
14	14	14	14	14	14	14,0	0
15	14	14	14	13	14	14,0	0
16	13	13	14	14	14	13,6	1
17	14	14	14	14	14	14,0	0
18	14	14	14	14	14	14,0	0
19	14	14	14	14	13	14,0	0
20	14	14	14	14	14	14,0	0
21	14	14	14	14	14	14,0	0
22	14	15	14	14	14	14,2	1
23	14	14	14	14	14	14,0	0
24	13	15	14	14	14	14,0	2
25	14	14	14	14	14	14,0	0
26	14	14	14	14	14	14,0	0
27	14	14	14	14	14	14,0	0

Effetto della minima unità di misura discriminabile

Carta di controllo del valor medio



Carta di controllo del range



L' unità di formato con cui si esprime il risultato non deve essere maggiore dello scarto tipo della media !
Ovvero: n° range almeno > 5